

Instituto de Matemática e Estatística  
Universidade de São Paulo, Brasil

## Proposta de trabalho para TCC

Igor Fratel Santana  
igor.santana@ime.usp.br

Orientadora: Y. Wakabayashi  
yw@ime.usp.br

20 de abril de 2020

# 1 Introdução

O **método de descarga**, mais conhecido como *discharging method*, é uma técnica de prova em teoria dos grafos que foi usada para provar resultados importantes, sendo o Teorema das Quatro Cores sua aplicação mais conhecida. Simplificadamente, podemos dizer que a ideia principal deste método consiste em atribuir “cargas” (valores) aos vértices de um grafo, e fazer transferências de cargas entre os vértices (de alguma forma esperta), de forma que nos seja possível concluir a existência de certas estruturas no grafo. Embora seja uma técnica antiga, o método de descarga não é tão difundido e, por esse motivo, consideramos que o estudo e a produção de um material dedicado a ele tem importância.

Dado um grafo  $G$ , um **código de identificação** em  $G$  é um subconjunto  $C$  de vértices de  $G$  tal que todo vértice de  $G$  possui pelo menos um vizinho em  $C$ ; e quaisquer dois vértices distintos  $u$  e  $v$  de  $G$  não possuem uma vizinhança idêntica em  $C$ , ou seja,  $N(u) \cap C \neq N(v) \cap C$  (onde  $N(u)$  denota o conjunto dos vizinhos de  $u$ ).

Para entendermos melhor esse conceito, vale a pena mencionarmos aqui uma aplicação em sistemas de multiprocessadores (que justifica a terminologia). Considere um tal sistema, modelado como um grafo: os vértices correspondem aos processadores e as arestas indicam quando há comunicação direta entre os processadores. Um código de identificação, digamos  $C$ , de um tal grafo pode ser interpretado como um conjunto de processadores responsáveis por reportar falhas no sistema. Considerando-se que todo processador em  $W$  pode emitir um sinal sempre que houver uma falha em algum processador na sua vizinhança, é possível identificar qual é o processador defeituoso (com falha). De fato, isto ocorre porque todo processador possui uma vizinhança única no código de identificação (e portanto, cada processador cuja vizinhança em  $W$  emitiu sinais fica perfeitamente definido). Vale observar que nem todo grafo admite um código de identificação.

Sejam  $G$  um grafo e  $d$  um inteiro não negativo. Para todo  $v \in V(G)$ , defina  $N_d(v)$  como o conjunto de vértices à distância no máximo  $d$  de  $v$ . Para um código de identificação  $C \subseteq V(G)$ , a **densidade** de  $C$  em  $G$  é definida como

$$\limsup_{d \rightarrow +\infty} \frac{|C \cap N_d(v')|}{|N_d(v')|},$$

onde  $v'$  é um vértice arbitrário em  $G$ .

Um problema relacionado ao conceito de códigos de identificação é a determinação da densidade mínima de um código de identificação para um grafo, isto é, a densidade de um menor código de identificação no grafo. O método de descarga já foi utilizado com sucesso para provar resultados a respeito dessa densidade mínima.

## 2 Proposta

O objetivo principal deste trabalho é produzir um guia didático para aqueles que tenham interesse em entender e aplicar o método de descarga. Para isso, apresentaremos uma ampla

gama de problemas, nos quais este método foi aplicado com sucesso. Um segundo objetivo é estudar aplicações do método de descarga em problemas envolvendo códigos de identificação já tratados na literatura. Se for possível, procuraremos resultados novos estudando classes de grafos ainda não tratados na literatura.

### 3 Cronograma

Atividades	Abril	Maior	Junho	Julho	Agosto	Setembro	Outubro	Novembro
Escrita do guia sobre o método da descarga	*	*	*					
Estudo do método da descarga aplicado a códigos de identificação		*	*	*	*			
Escrita da seção da monografia sobre códigos de identificação					*	*	*	*
Elaboração do pôster e apresentação							*	*