Conjectura de Hedetniemi: Contraexemplos e resultados

MAC0499 - TCC

Pedro Paulo de Queiroz Bambace
Orientador: Guilherme Oliveira Mota

Instituto de Matemática e Estatísta da Universidade de São Paulo

Índice

1 A Conjectura de Hedetniemi

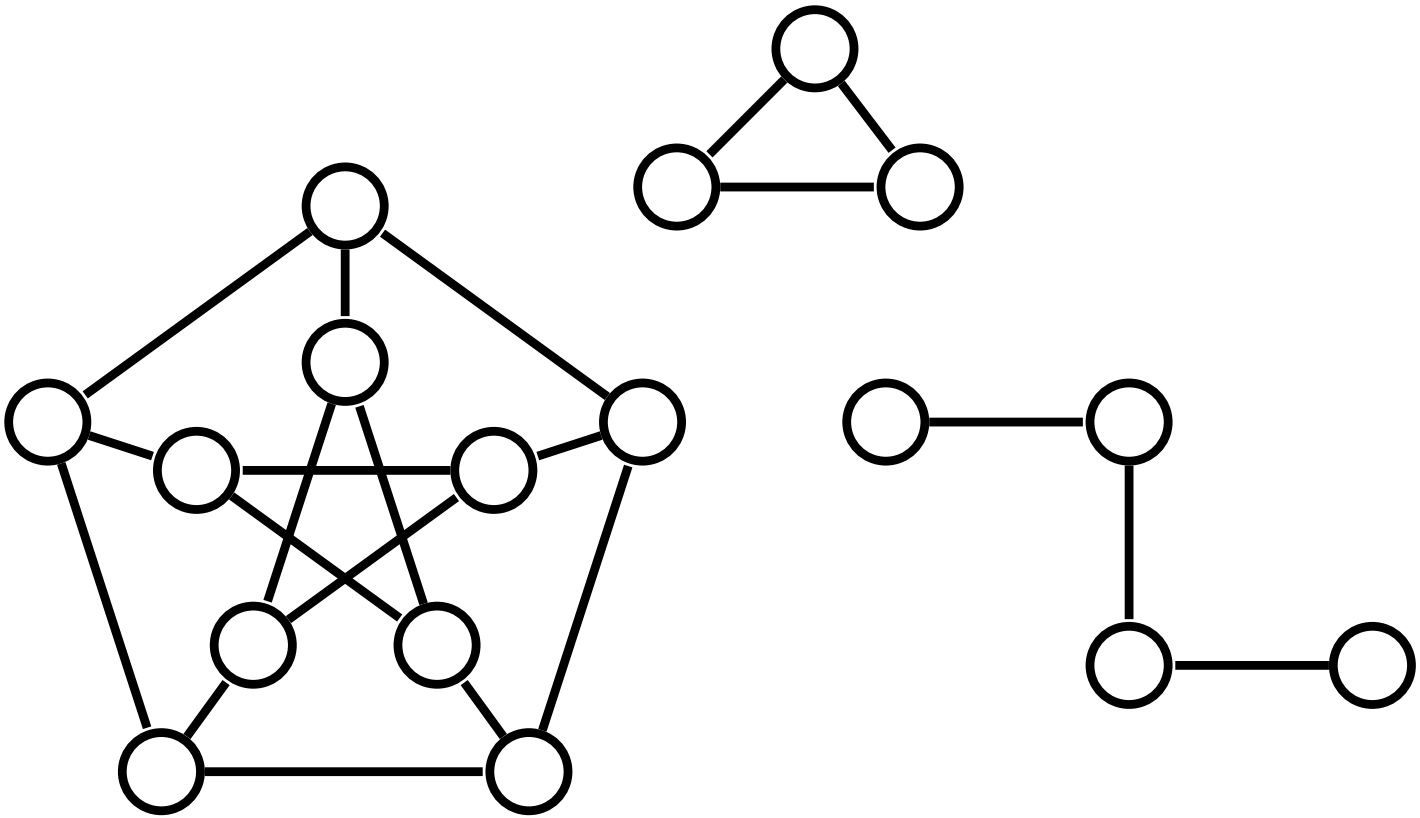
2 Conjectura para grafos Orientados

3 O Contraexemplo para a conjectura de Hedetniemi

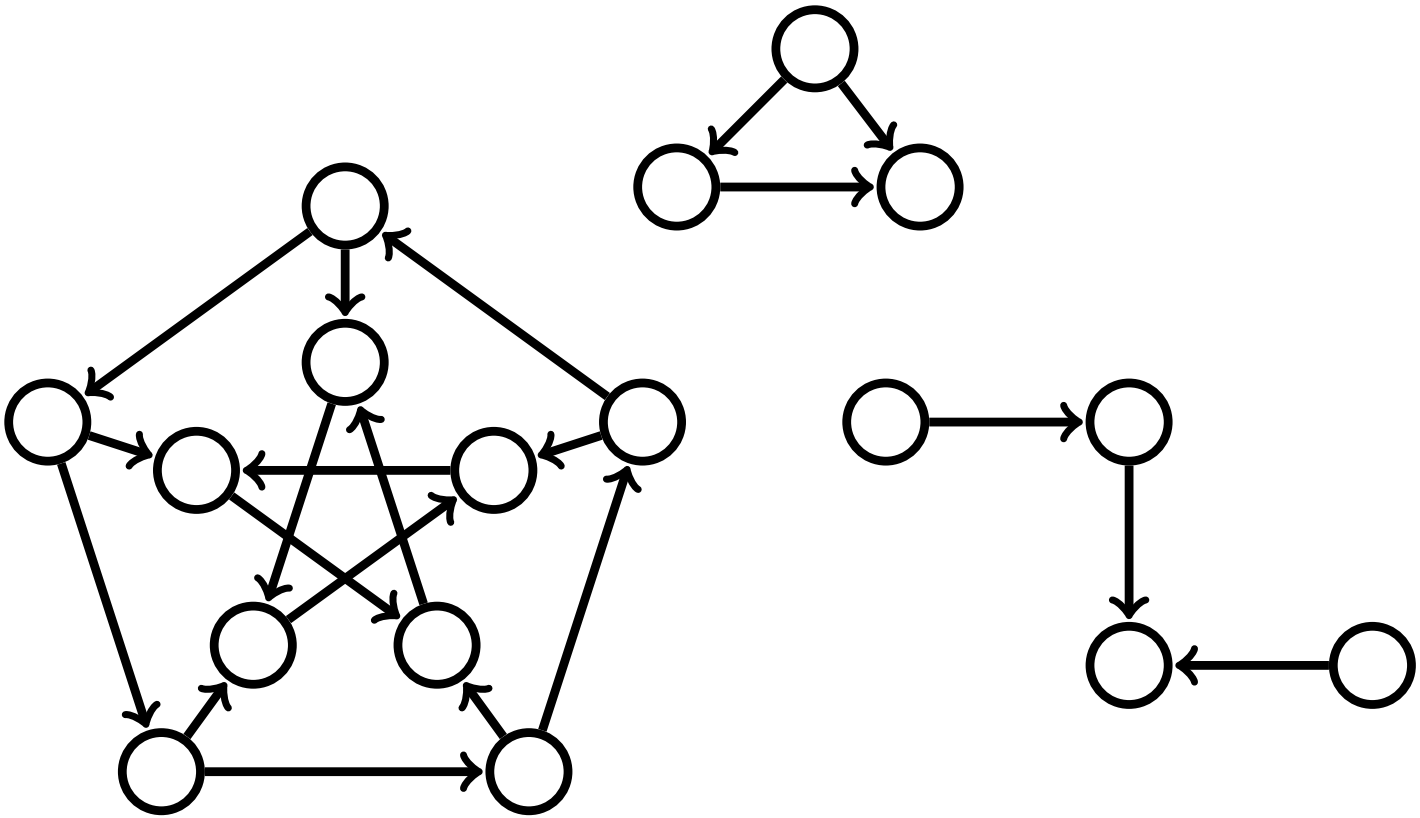
4 Próximos Passos

A Conjectura de Hedetniemi

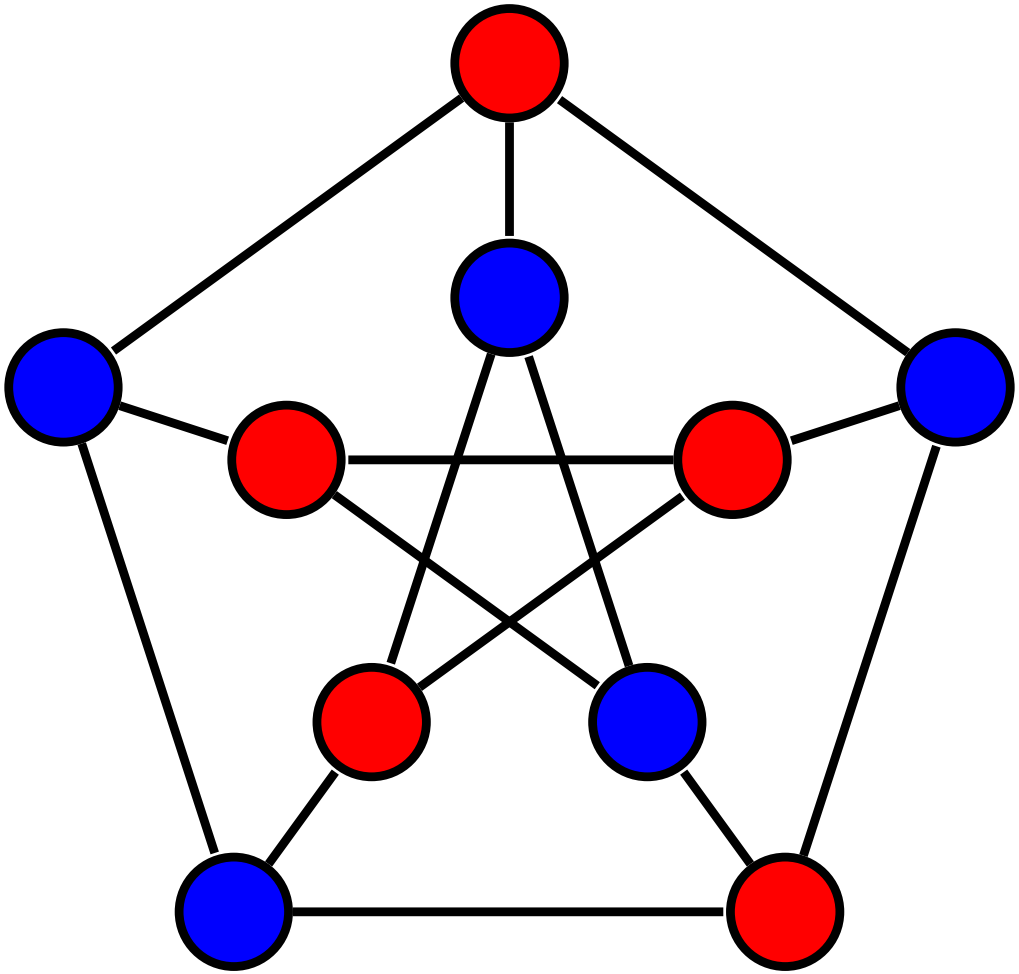
Grafos



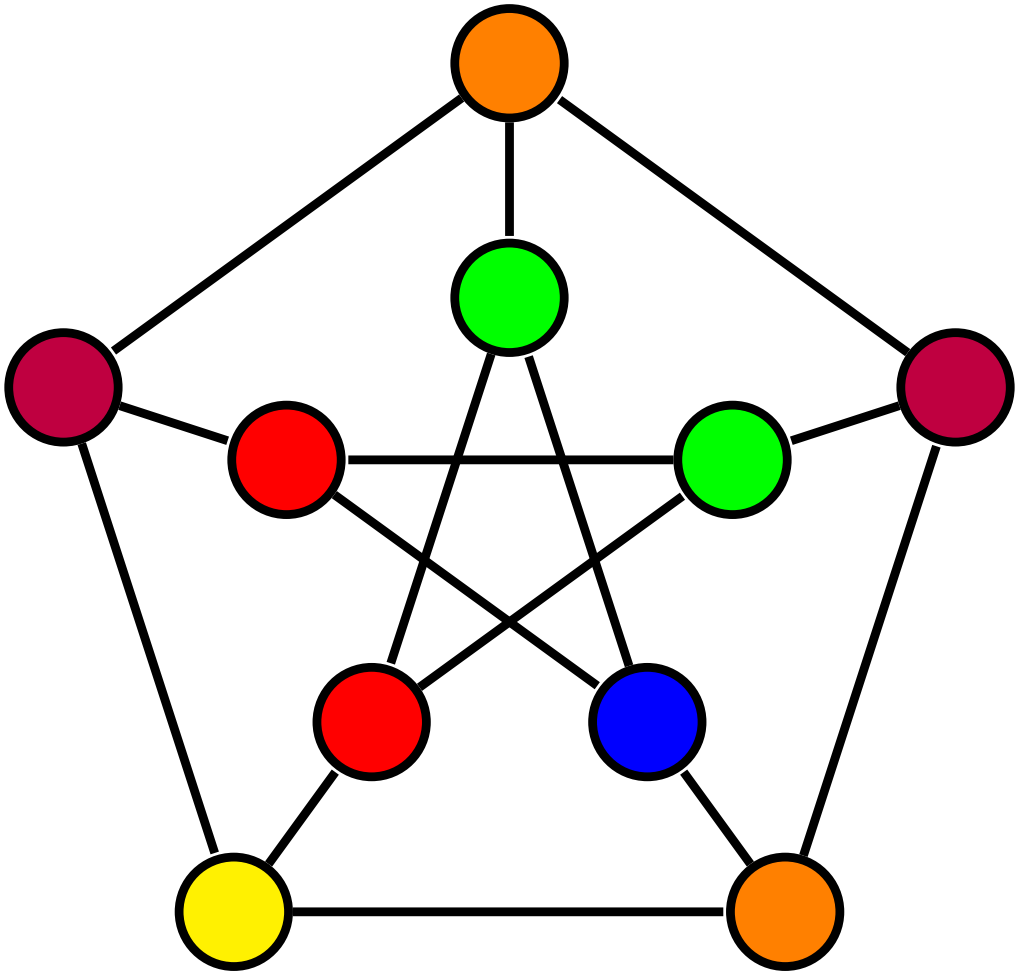
Grafos Orientados



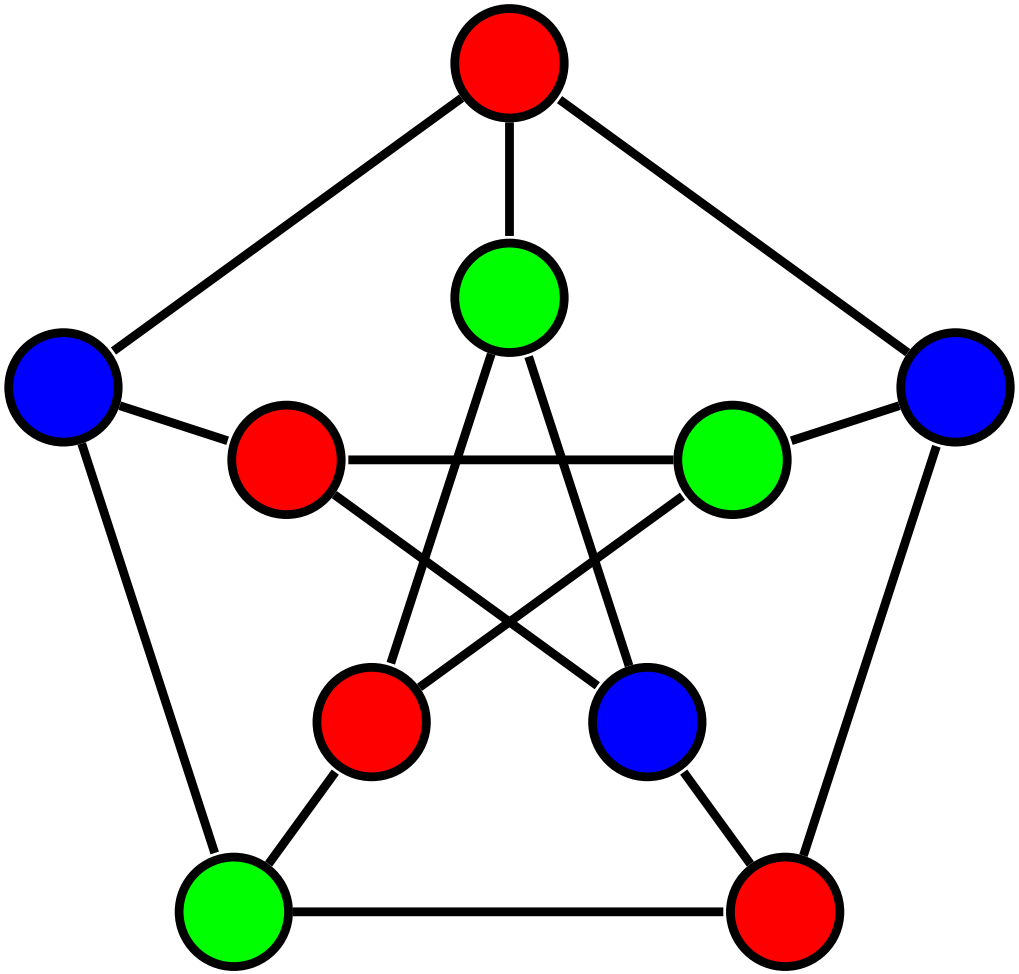
Coloração



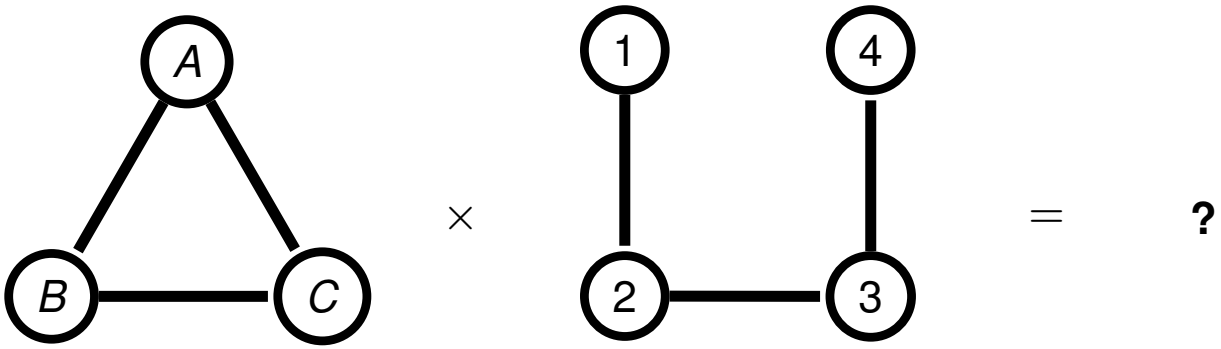
Coloração Própria



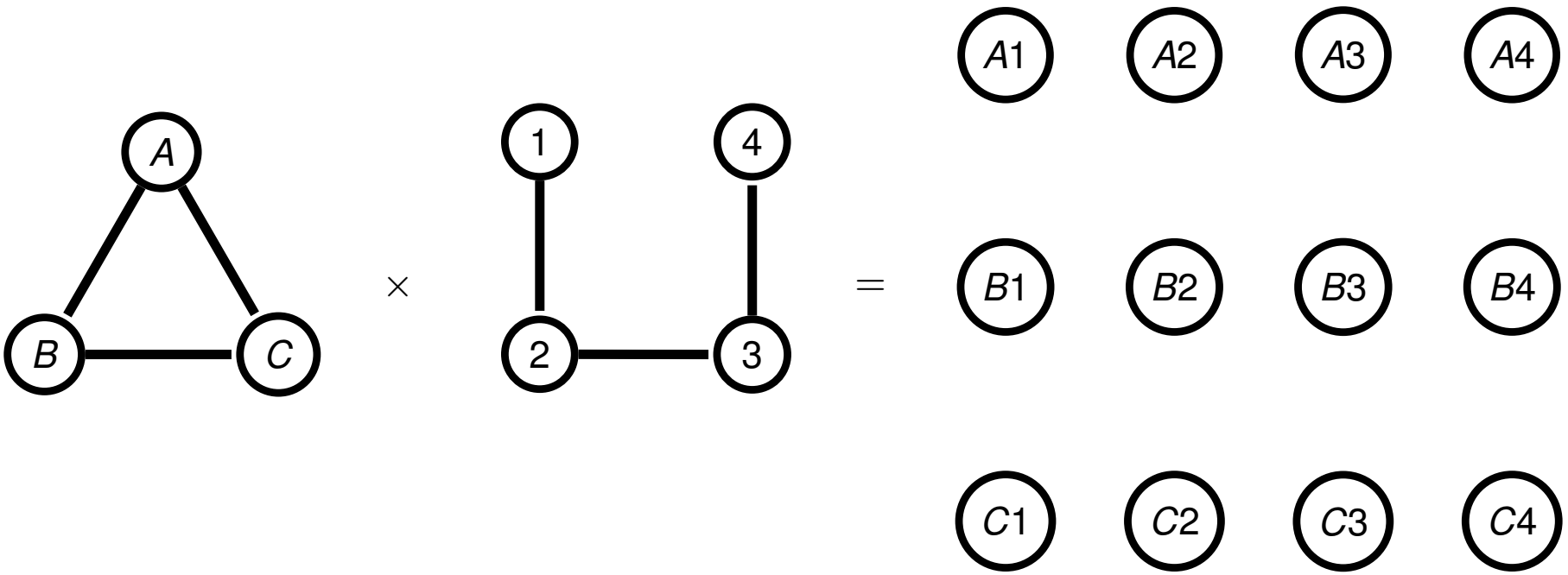
Número Cromático $\chi(G)$



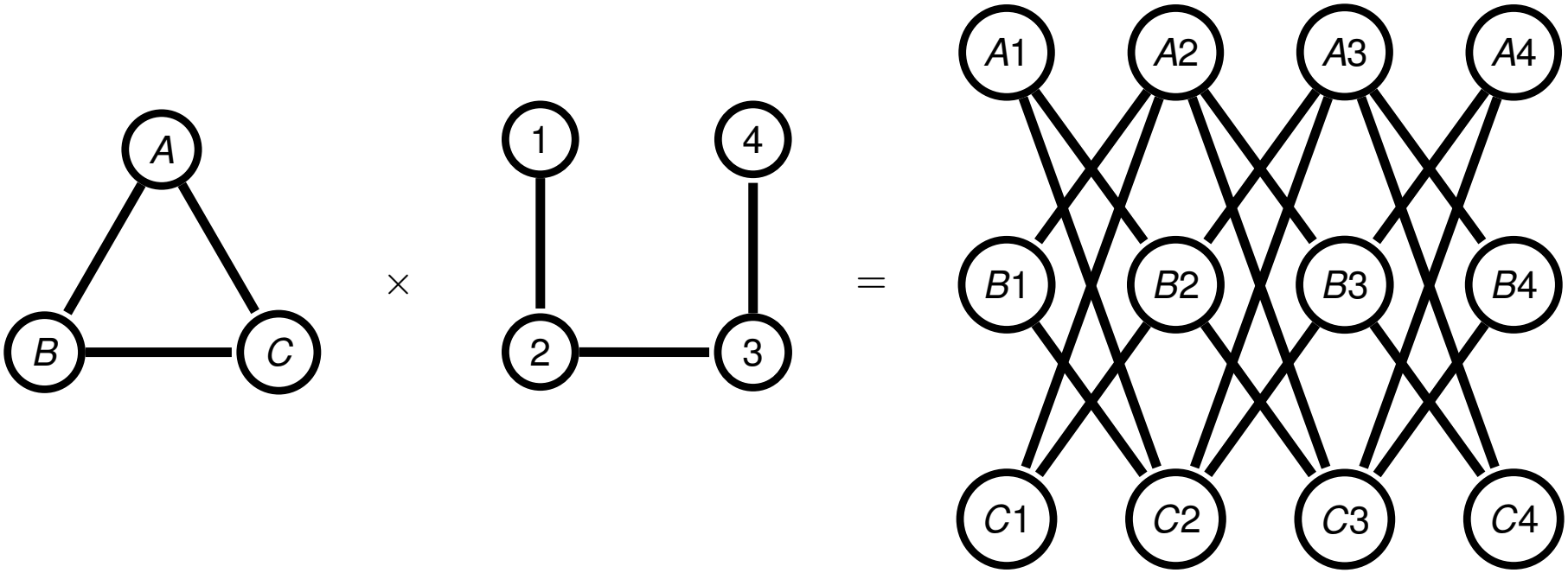
Produto



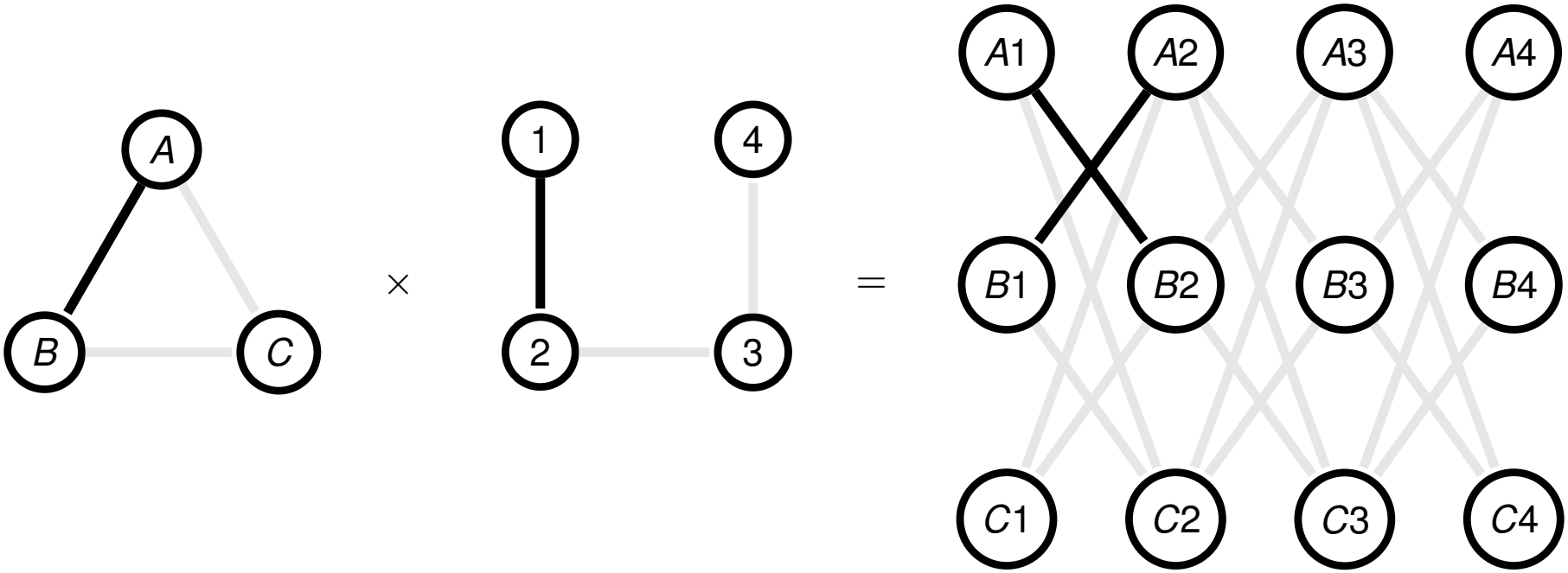
Produto



Produto



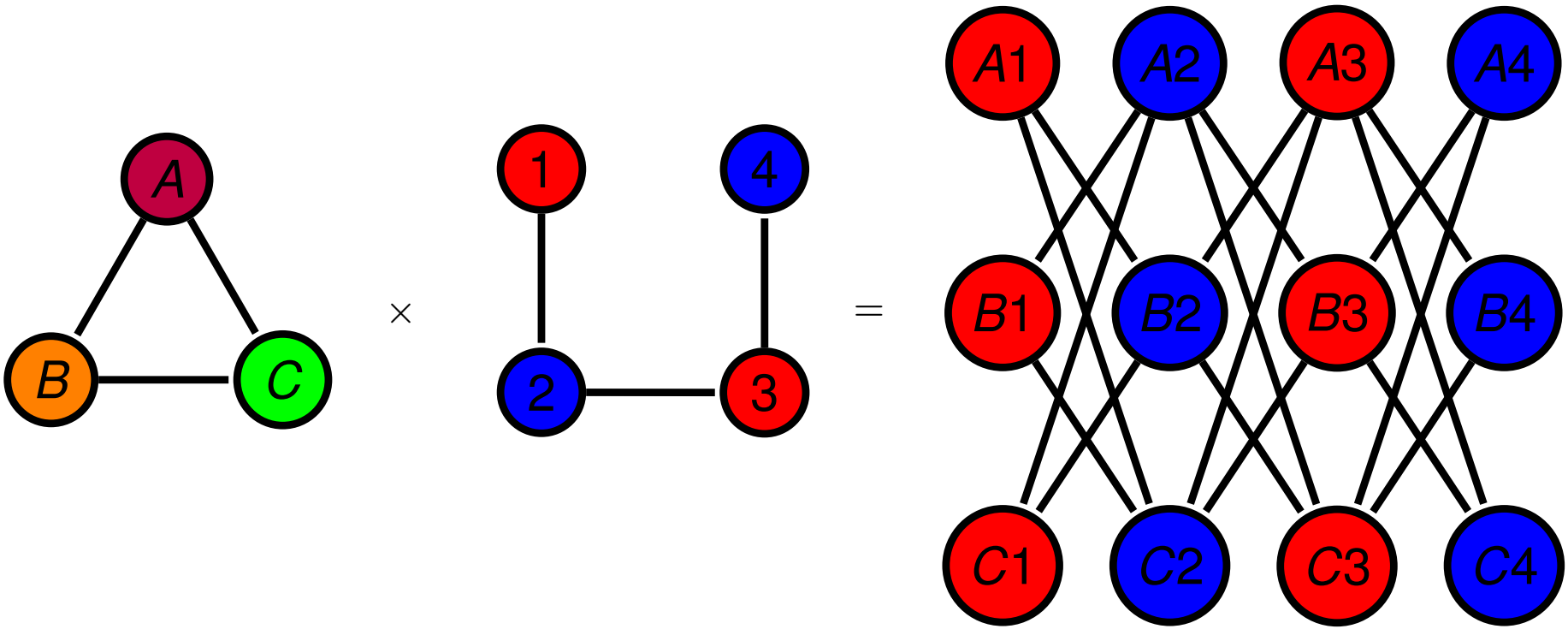
Produto



A Conjectura de Hedetniemi

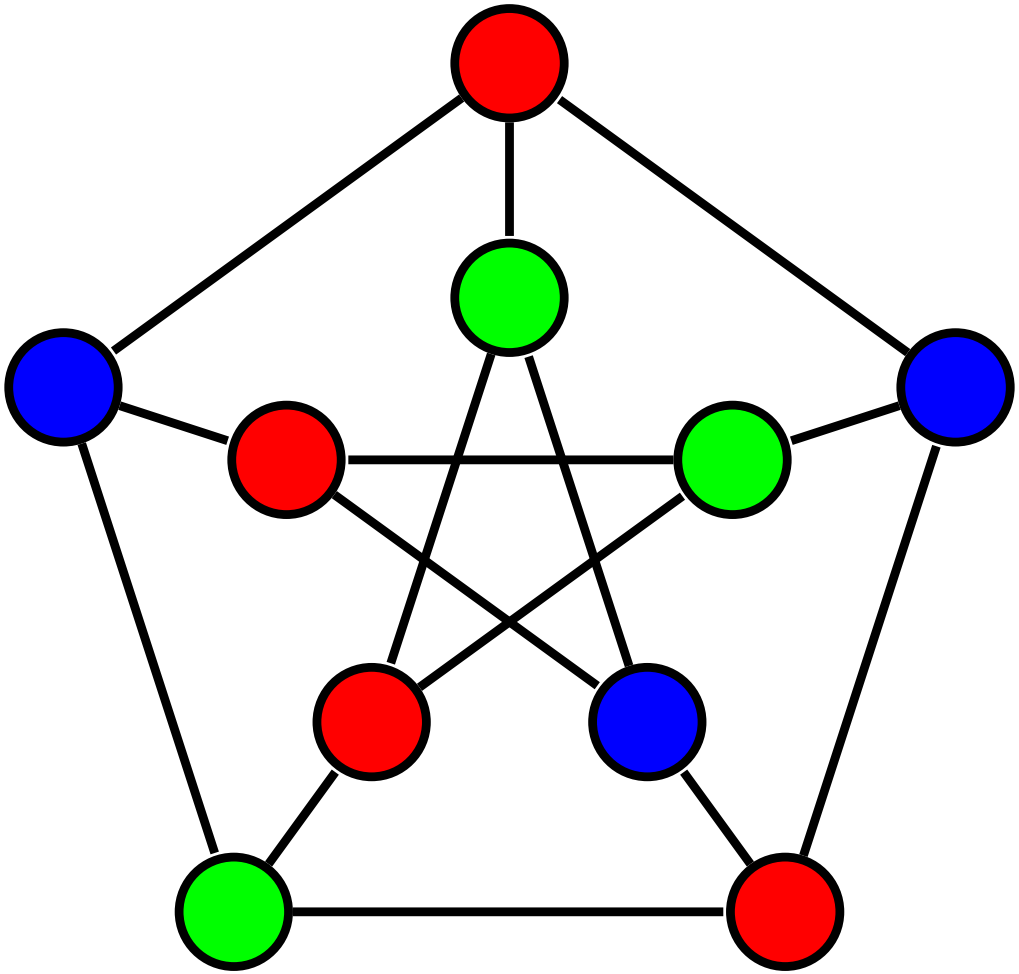
$$\chi(G \times H) = \min\{\chi(G), \chi(H)\}$$

A conjectura de Hedetniemi

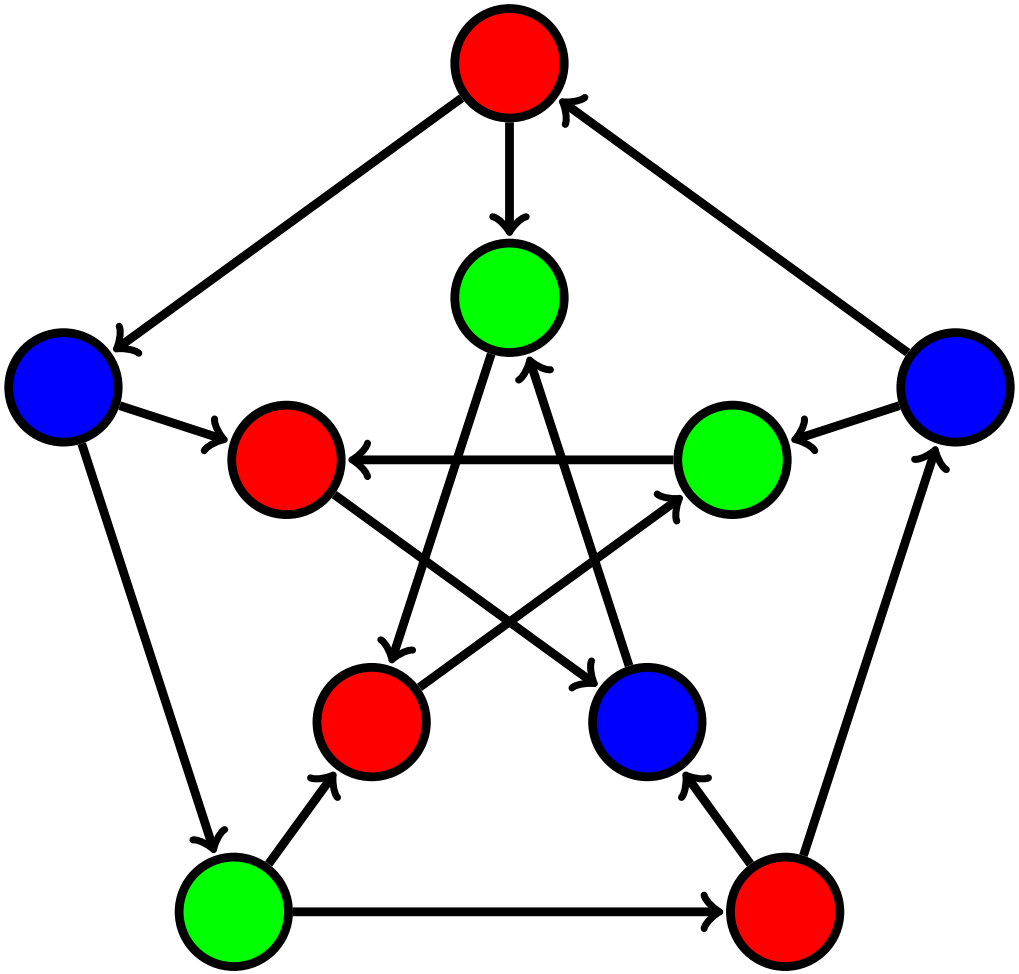


Conjectura para grafos Orientados

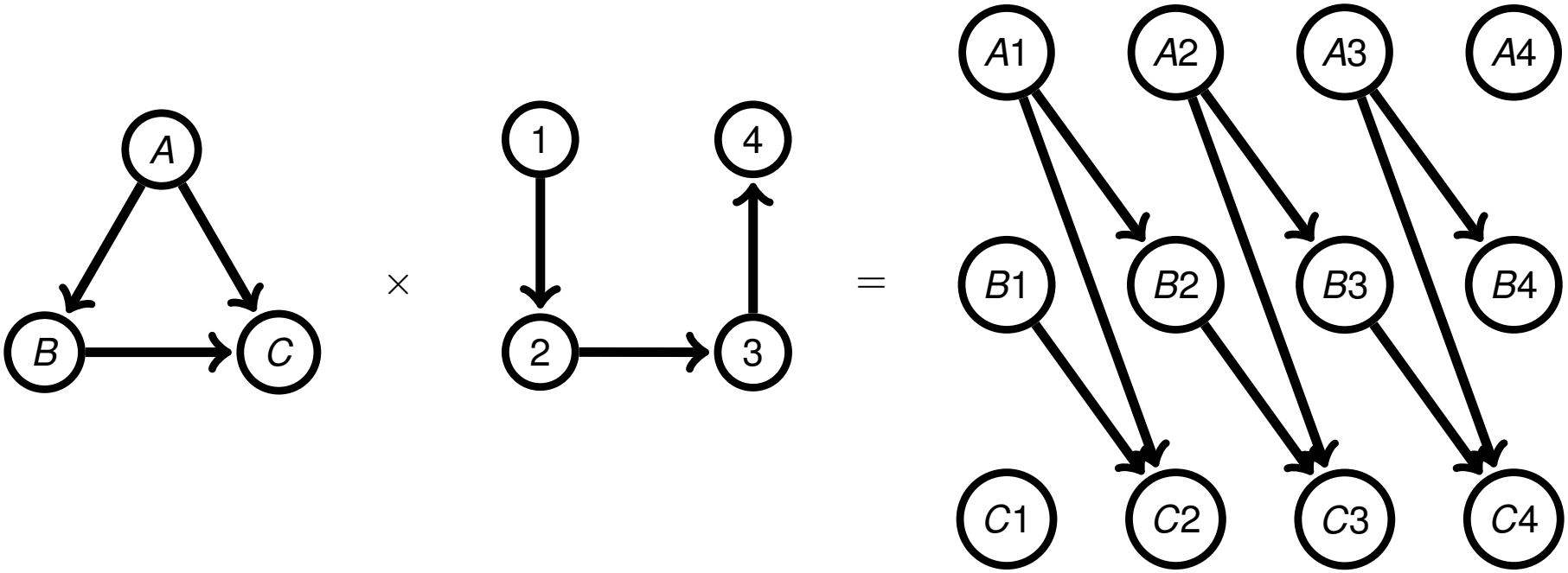
Produto em Grafos Orientados



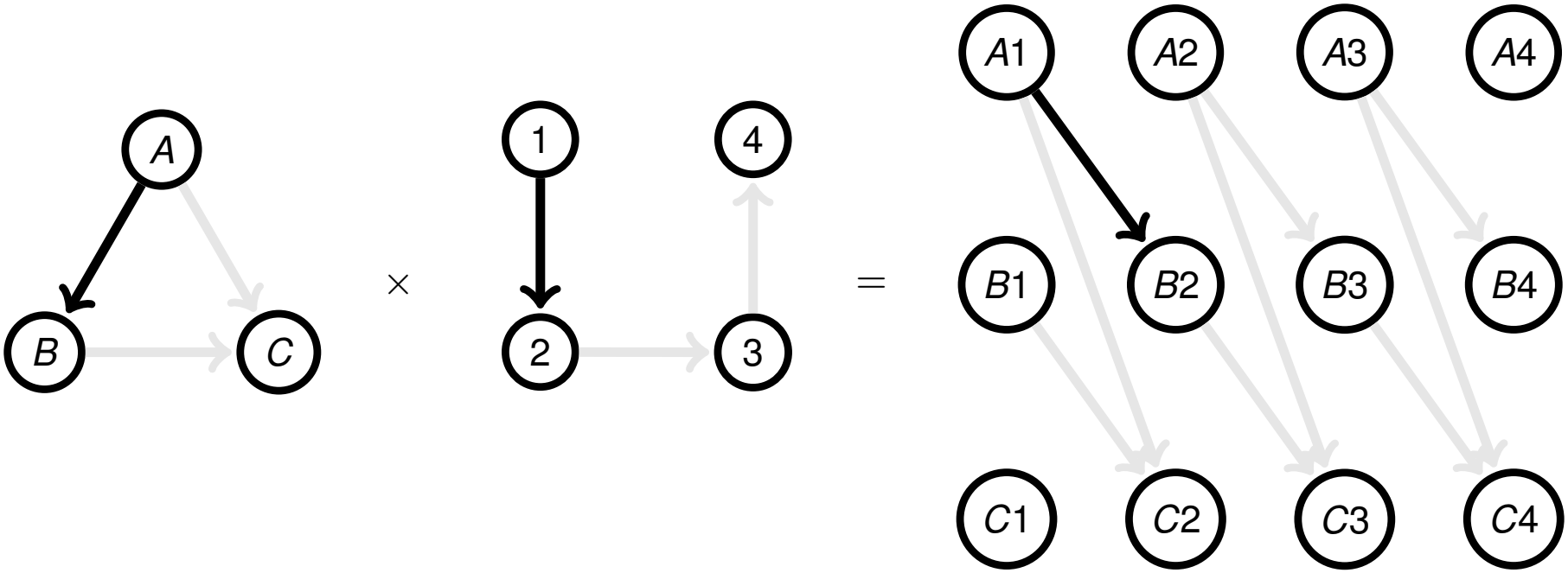
Produto em Grafos Orientados



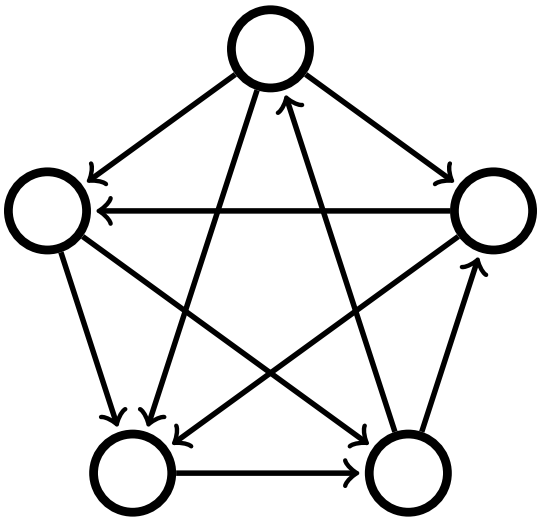
Produto em Grafos Orientados



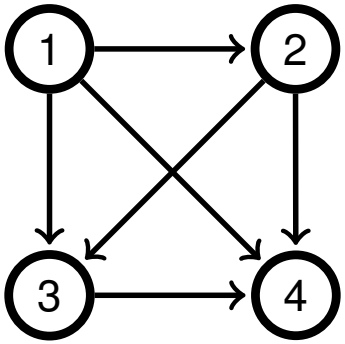
Produto em Grafos Orientados



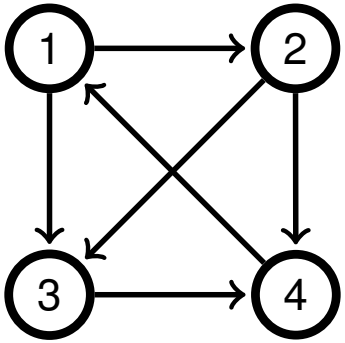
Torneio



Torneio Transitivo

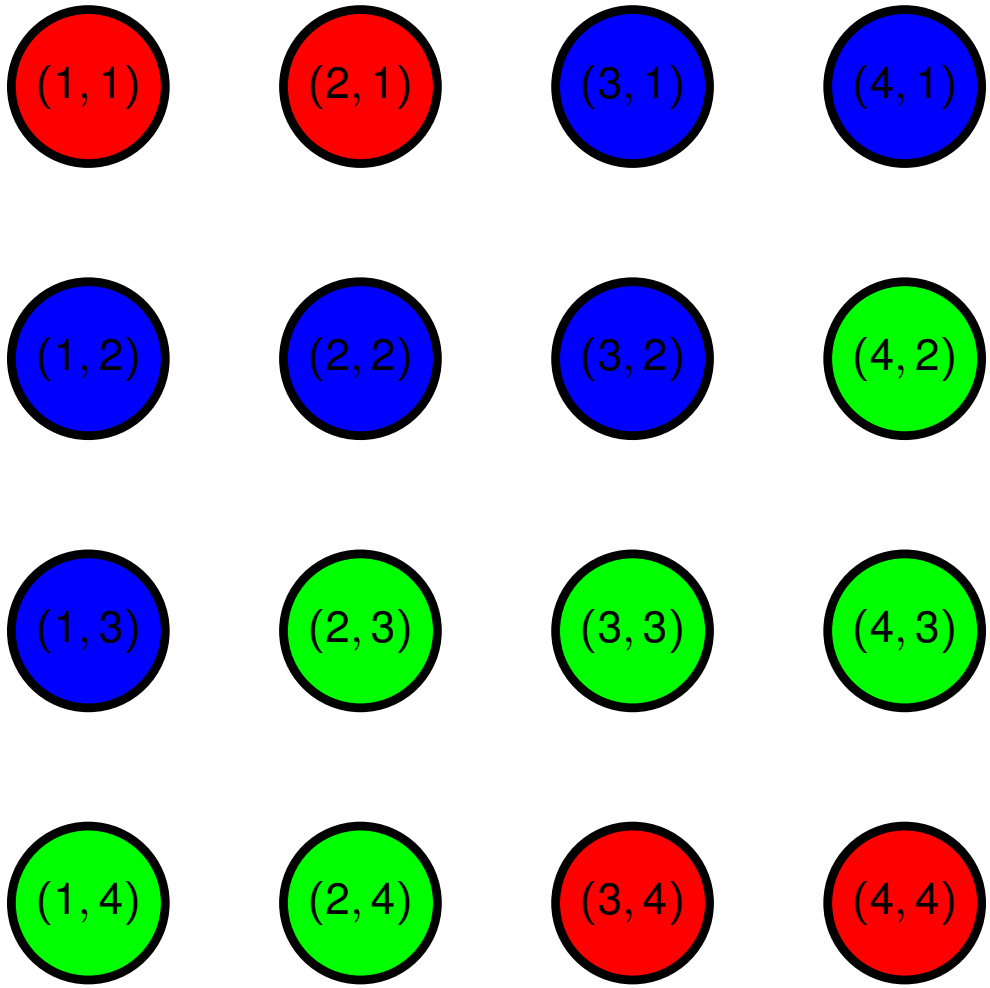


T_4



T_4'

Contraexemplo



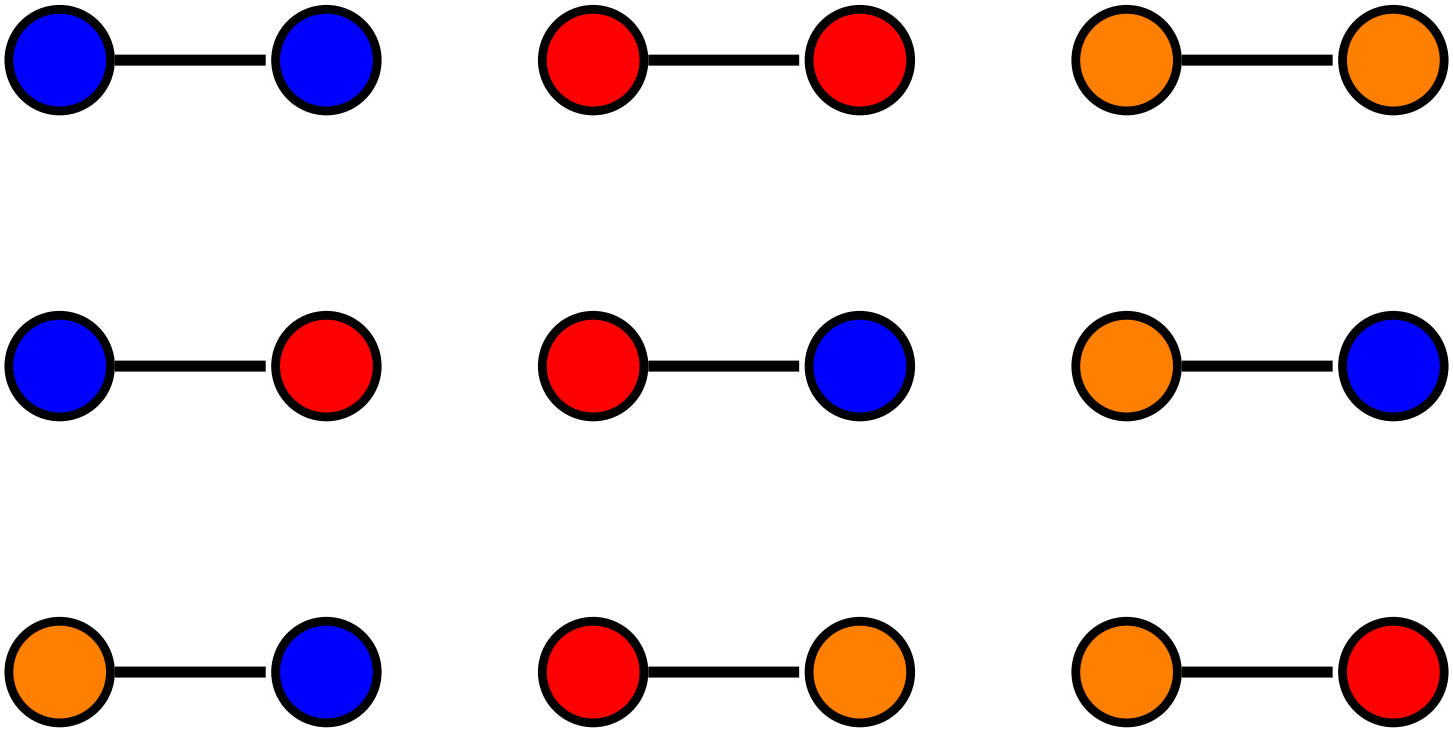
O Contraexemplo para a conjectura de Hedetniemi

Grafos Exponenciais

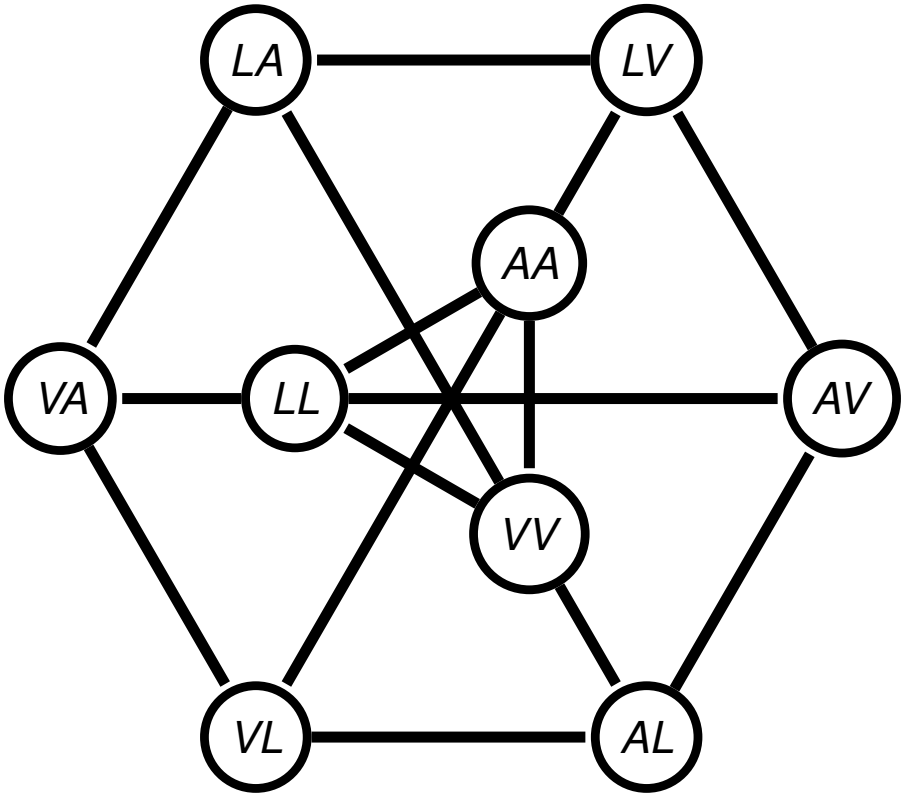
Um grafo e um número de cores

3

Grafos Exponenciais



Grafos Exponenciais



$\mathcal{E}_3(G)$

Grafos Exponenciais

Ψ uma coloração de $G \times \mathcal{E}_c(G)$

$\Psi(v, f) = f(v)$

Os contraexemplos de Yarslov Shitov e Xunding Zhu

- Shitov: $G \times \mathcal{E}_c(G)$
- tem mais de 10^{6000} vértices
- zhu: $G \times H$
- G tem 3403 vértices e H tem 10501 vértices totalizando mais de 35 milhões de vértices

Próximos Passos

A função de Poljak-Rödl

$$f(n) = \min\{\chi(G \times H); \chi(G) = \chi(H) = n\}$$

- $f(n) = n$?
- $f(n) \leq 16$?

Últimas Descobertas

- $f(n) \leq 9$ ou tende ao infinito - Poljak 1991
- $f(n) \leq n - (\log n)^{\frac{1}{4}-c}$ - Tardif e Zhu 2020
- $f(n) \leq (1-\epsilon)n$ - He e Wigderson 2020
- $\limsup \frac{f(n)}{n} \leq \frac{1}{2}$ - Zhu 2020
- $f(4) = 4$ - El Zahar 1985