

MAC 5711 – Análise de Algoritmos
PRIMEIRO SEMESTRE DE 2007
Segunda Prova – 21 de junho

1. [3,0 pontos]

Seja n um inteiro não-negativo, e $p[1..n]$ e $f[1..n]$ dois vetores de inteiros positivos, armazenando o peso e a força de n tartarugas.

Dizemos que uma pilha de tartarugas, dada por uma seqüência t_1, \dots, t_k de números distintos em $\{1, \dots, n\}$, é *válida* se, para $i = 1, \dots, k$, a tartaruga t_i tem força para aguentar a soma dos pesos das tartarugas t_i, \dots, t_k , ou seja, se

$$f[t_i] \geq \sum_{j=i}^k p[t_j].$$

Escreva uma função TARTARUGAS (n, p, f) que devolve o comprimento de uma pilha válida de tartarugas o maior possível.

Faça comentários relevantes sobre a complexidade de tempo e espaço da sua função.

Exemplo: Se $n = 4$, $p[1..4] = [300, 1000, 100, 200]$ e $f[1..4] = [1000, 1200, 101, 600]$, a sua função deve devolver 3, pois a pilha 1, 4, 3 é válida e as quatro tartarugas não podem ser formar uma pilha válida.

Exemplo: Se $n = 5$, $p[1..5] = [10, 100, 40, 35, 70]$ e $f[1..5] = [50, 200, 190, 70, 80]$, a sua função deve devolver 4, pois a pilha 2, 3, 4, 1 é válida e não há pilha válida com cinco tartarugas.

TARTARUGAS (n, p, f)

1. ordena os vetores p e f de modo que $f[1] \leq f[2] \leq \dots \leq f[n]$
2. $ilha[0] \leftarrow 0$
3. $s \leftarrow 0$
3. **para** $i \leftarrow 1$ **até** n **faça**
4. **para** $q \leftarrow s + 1$ **até** $s + p[i]$ **faça**
5. $ilha[q] \leftarrow -1$
6. $s \leftarrow s + p[i]$
7. **para** $q \leftarrow s$ **até** $p[i]$ **faça**
8. **se** $f[i] \geq q$ **e** $ilha[q - p[i]] \geq 0$
9. **então se** $ilha[q - p[i]] + 1 > ilha[q]$
10. **então** $ilha[q] \leftarrow ilha[q - p[i]] + 1$
11. $max \leftarrow ilha[0]$
12. **para** $q \leftarrow 1$ **até** s **faça**
13. **se** $ilha[i] > max$
14. **então** $max \leftarrow ilha[i]$
15. **devolva** max