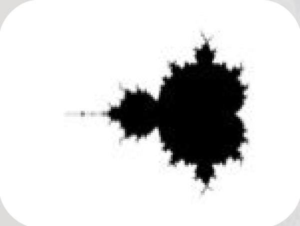
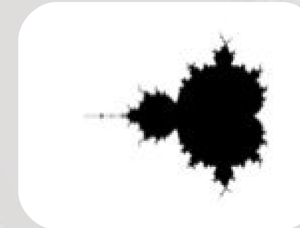
# Natureza, Arte e Matemática

# Fractais * Tópicos



- ✔ História e descobertas
- ✔ A natureza e os fractais
- ✔ Arte e música
- ✔ Teoria
- ✔ Aplicações
- ✔ Fractais no colégio

# Fractais * História



## Gaston Julia 03/02/1893 – 19/03/1978

Publicou aos 25 anos de idade seu primeiro trabalho de 199 páginas “Mémoire sur l'iteration des fonctions rationelles”. O qual tornou-o famoso nos centros de matemática de sua época.

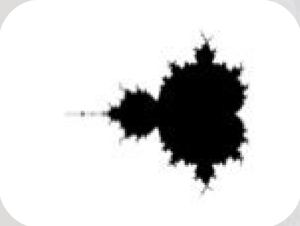
Como soldado na primeira guerra, foi severamente ferido em um ataque à França. Razão do uso da máscara de couro em seu nariz. Entre severas e penosas operações ele continuou suas pesquisas matemáticas no hospital.

Julia proporcionou uma descrição precisa do conjunto **J(f)** dos **z** em **C** que, para cada “e-nézima” iteração, $f^n$ (z) permanece limitado enquanto **n** tende ao infinito. Este trabalho recebeu o Grande Prêmio da “l'Académie des Sciences”.

Seminários foram organizados em Berlin em 1925 para estudar seu trabalho, e participantes incluindo Hopf, Bauer e Reidemeister. H. Cremer produziu um ensaio sobre seu trabalho incluindo a primeira visualização do conjunto de Julia.

Embora fosse famoso em 1920, seu trabalho foi esquecido até que Benoit Mandelbrot trouxe de volta sua importância em meados de 1970 atravéz de suas experiências de computação fundamental.

# Fractais * História



## Benoît Mandelbrot 20/11/1924

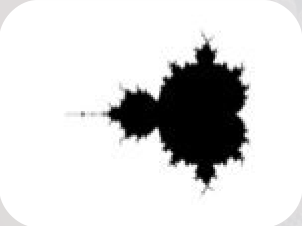
Nascido na Polônia, sua família mudou-se para a França quando ainda criança. De nacionalidade francesa e americana foi educado na França. Professor emérito da universidade de Yale com diversos títulos de reconhecimento ao seu trabalho.

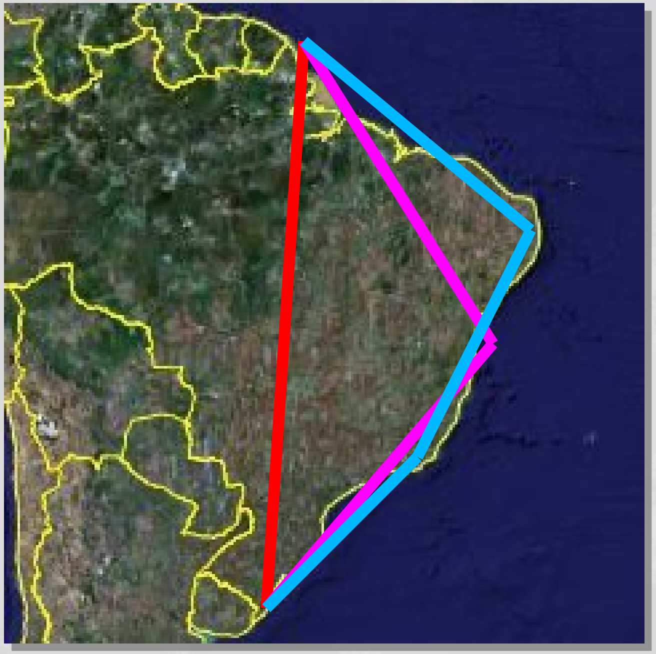
O principal trabalho de Mandelbrot foi a proposta de um novo conceito de geometria que ficou conhecida como geometria fractal. O objetivo desse novo conjunto de objetos foi minimizar as lacunas deixadas pela geometria euclidiana no que diz respeito às formas existentes na natureza.

Fractais (do latim *fractus*: fração, quebrado), termo definido por Mandelbrot, anteriormente conhecido como curva monstro, é um objeto geométrico que pode ser dividido em partes, cada uma das quais semelhante ao objeto original.

Fractais tem infinitos detalhes e possuem dois conceitos importantes:
i) **Auto-similaridade**
ii) **Dimensão não exata**.

São gerados por padrões repetidos pelo processo de **Recorrência** ou conhecido também como **Iterativo**.





## Quanto mede a costa do Brasil?

Através de iterações sucessivas podemos chegar cada vez mais próximos do valor exato da costa.

Neste exemplo existem três iterações selecionando os pontos extremos.

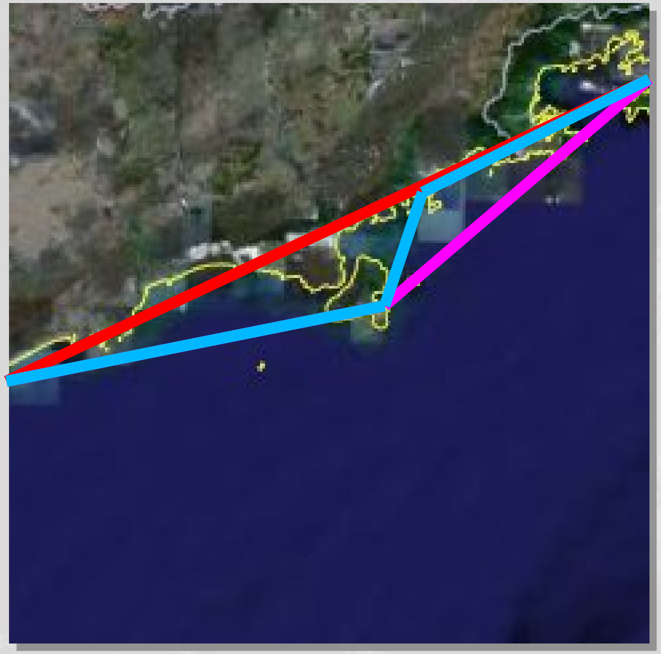
Mas qual é este valor exato?

Em uma imagem de satélite temos uma aproximação deste valor, porém quando ampliamos esta imagem percebemos que existem cada vez mais detalhes a serem considerados.

## Aproximação 1 !

Mais três iterações selecionando os pontos extremos.

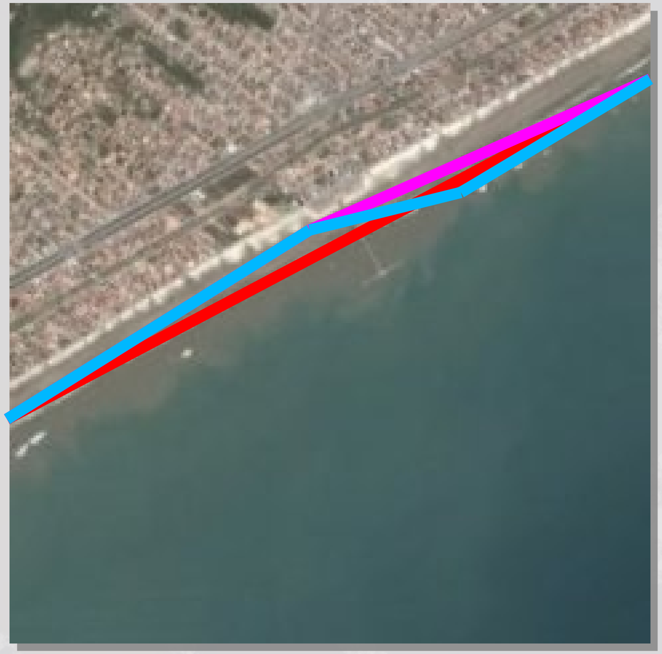
Mas é este valor exato?



## Aproximação 3 !

Mais três iterações selecionando os pontos extremos.

Mas é este valor exato?



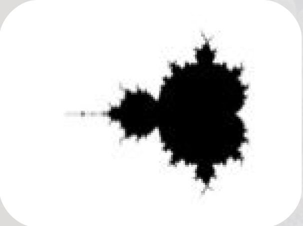
## Aproximação 4 !

Mais três iterações selecionando os pontos extremos.

Mas é este valor exato?

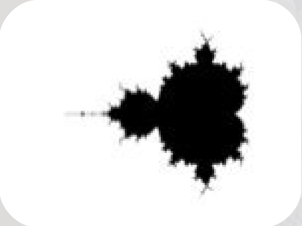
Se imaginarmos cada vez mais aproximações então o que deverá ser considerado é a irregularidade do terreno, a imagem perde sua dimensão plana e começa a comportar-se tridimensionalmente.
Extrapolando este conceito chegaremos aos grãos de areia, às moléculas e assim até onde o limite físico permitir.

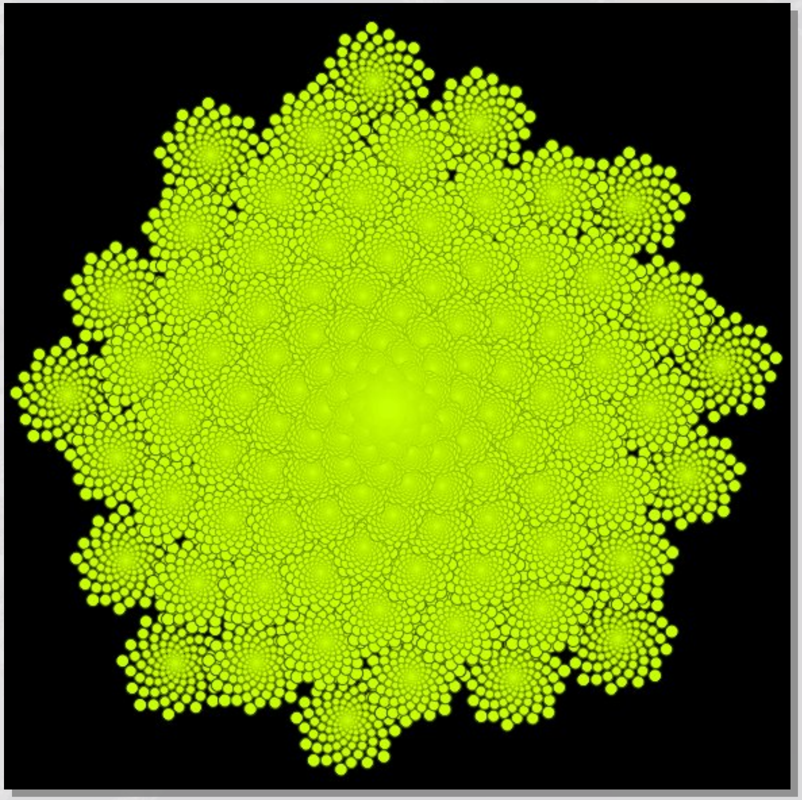
# Fractais * Tópicos



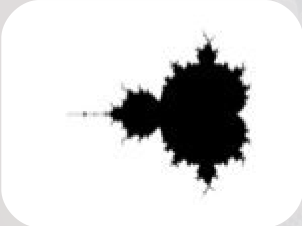
- ✔ História e descobertas
- ✔ <u>A natureza e os fractais</u>
- ✔ Arte e música
- ✔ Teoria
- ✔ Aplicações
- ✔ Fractais no colégio

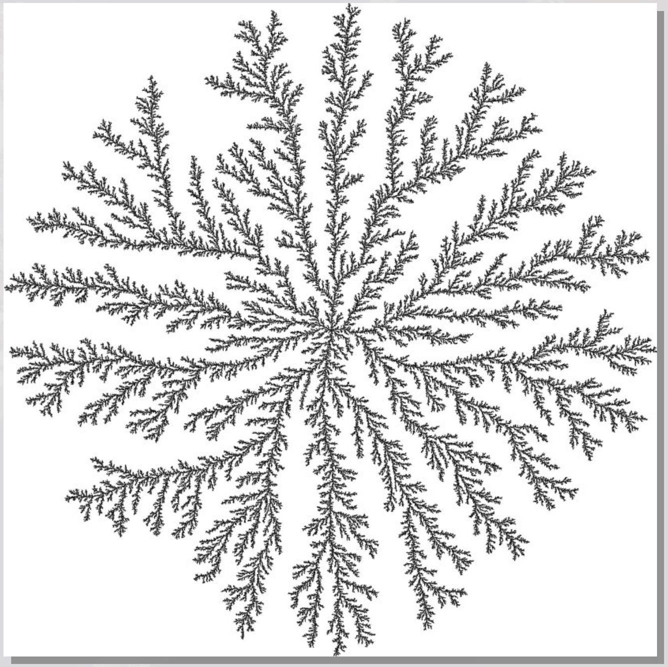
# Fractais * Natureza



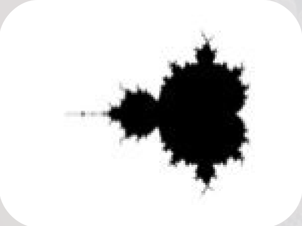


# Fractais * Natureza



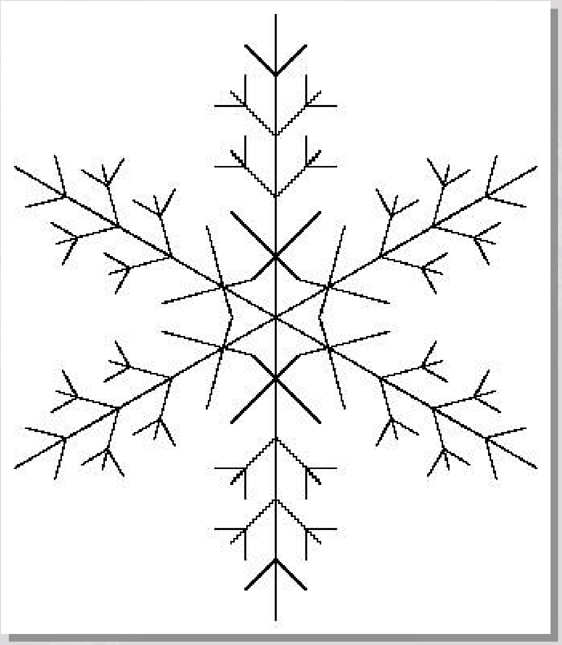


# Fractais * Natureza

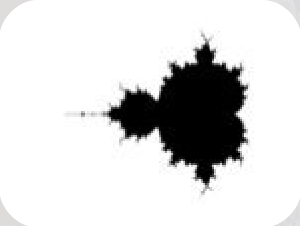


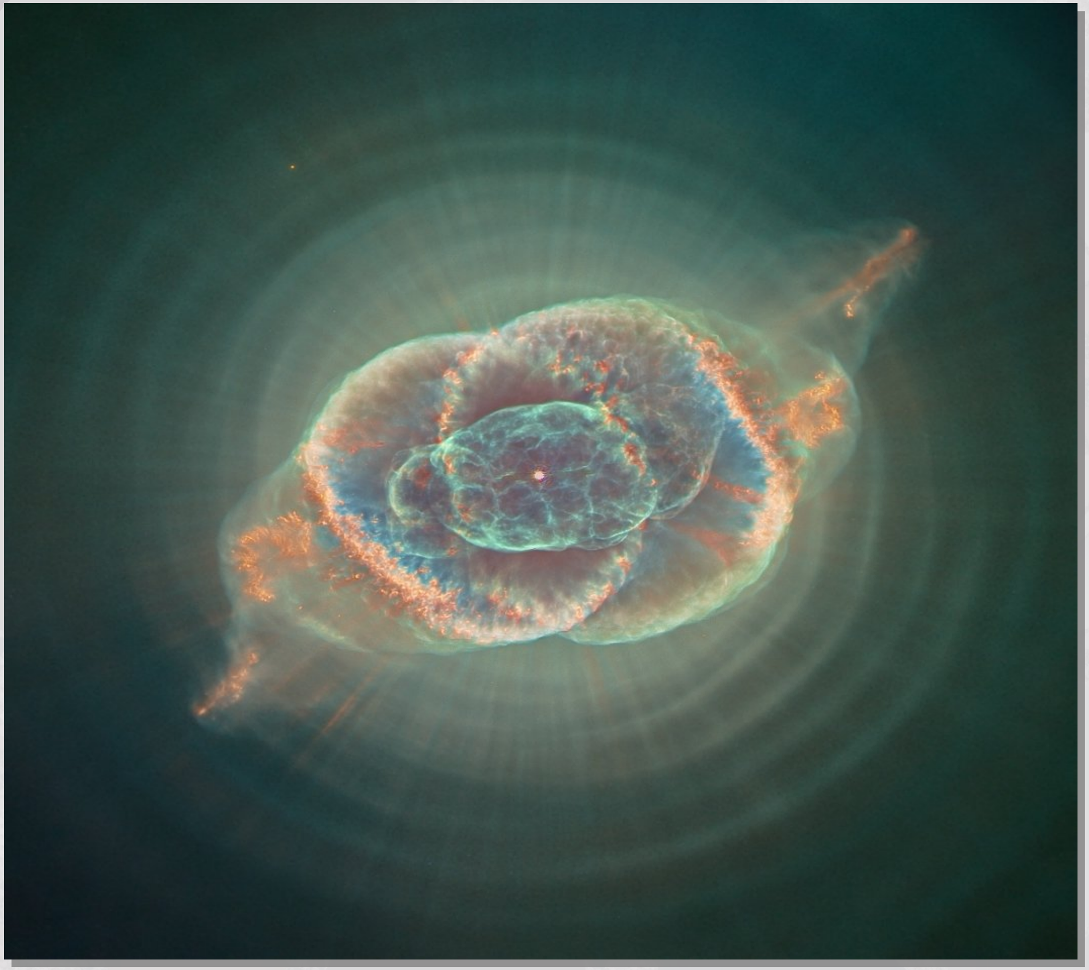
# Fractais * Natureza

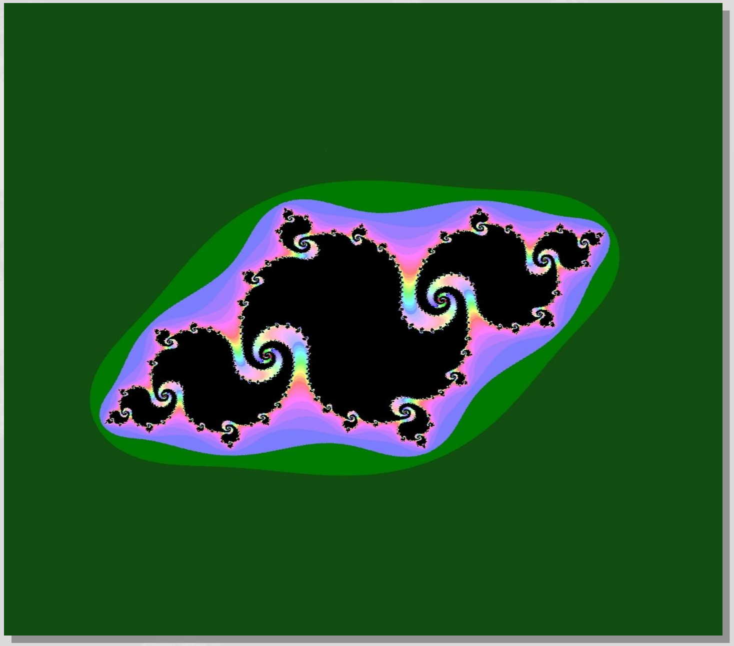
# Fractais * Natureza



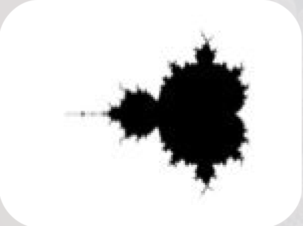
# Fractais * Natureza







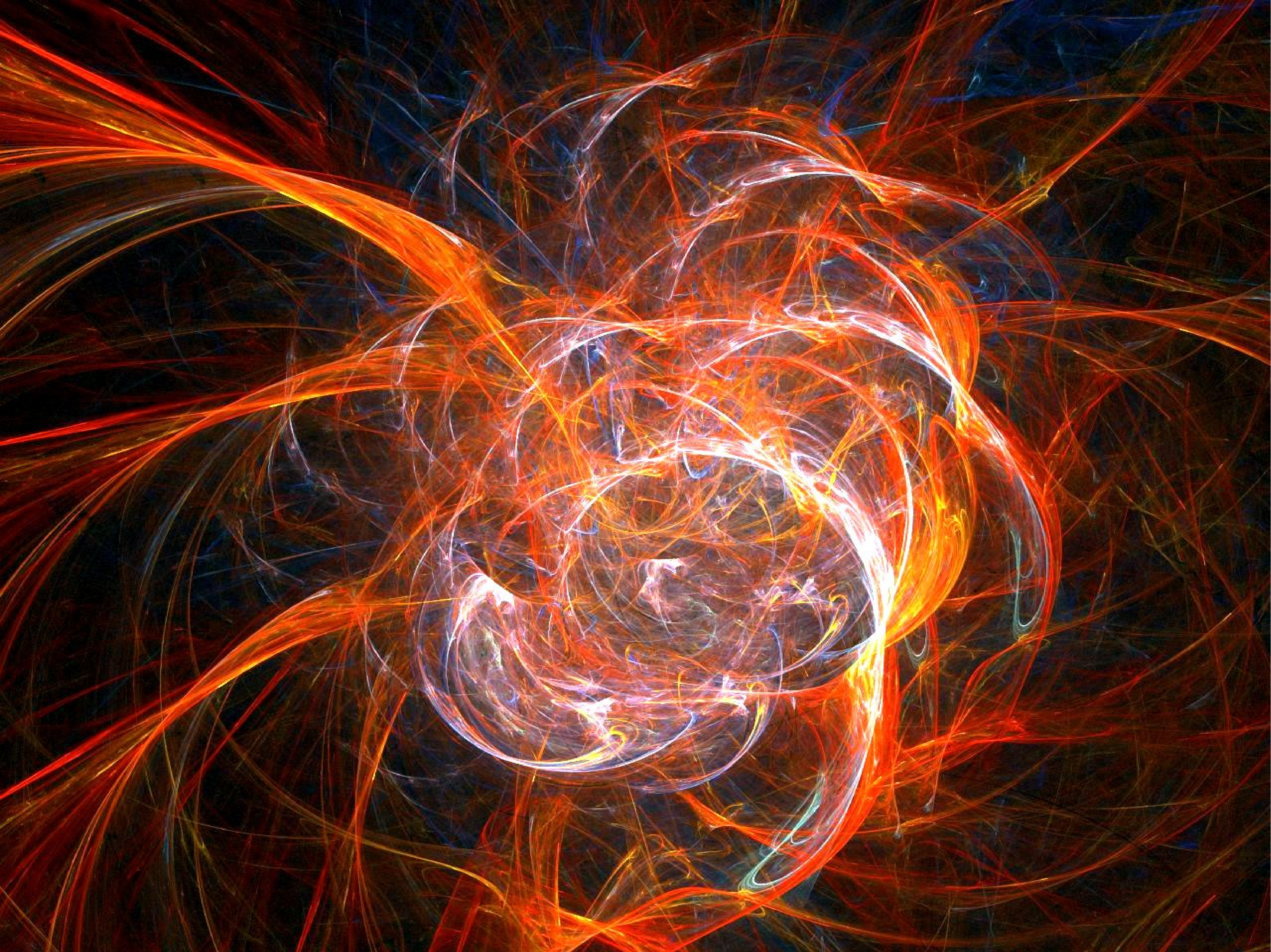
# Fractais ✱ Tópicos

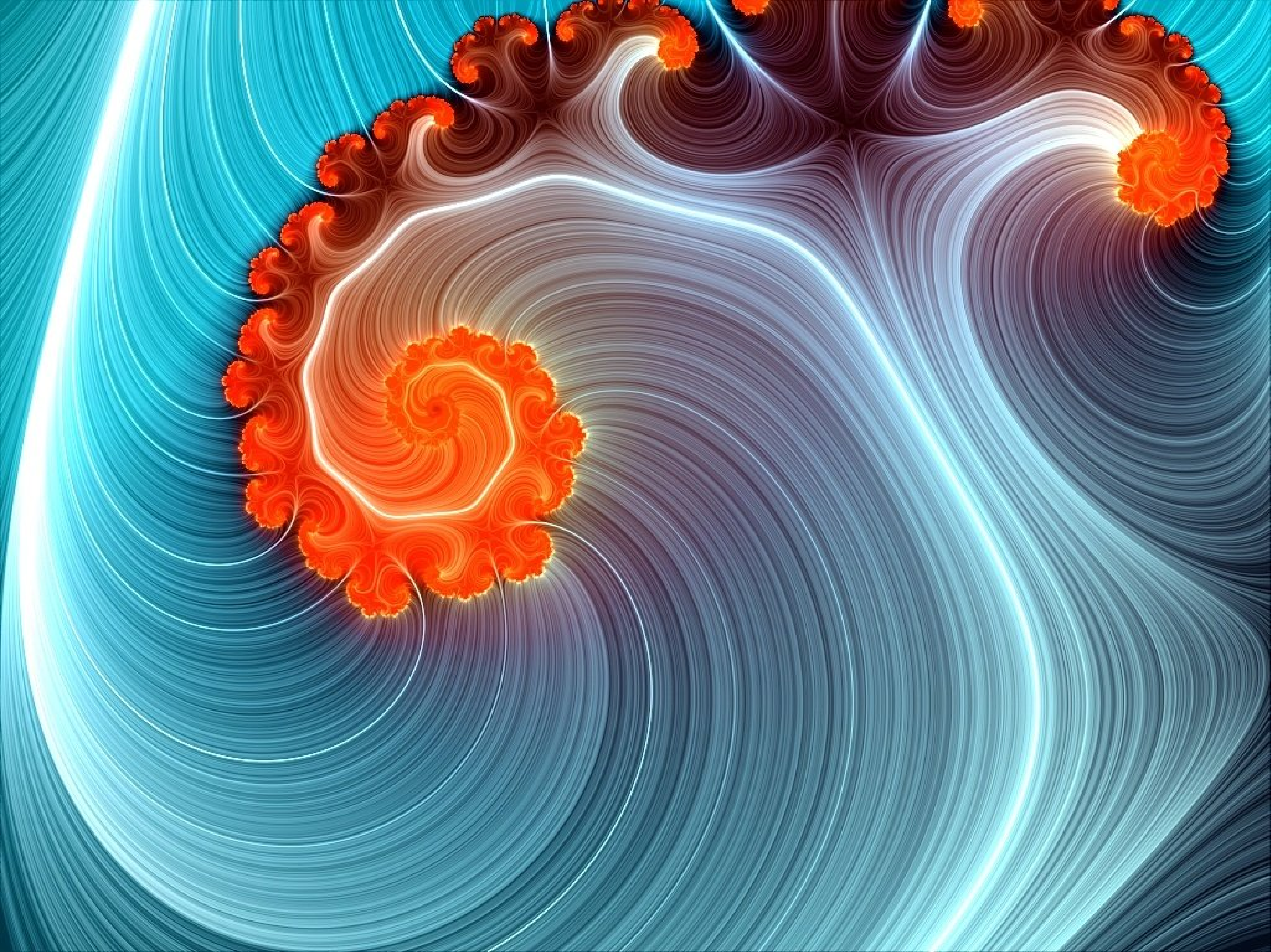


- ✔ História e descobertas
- ✔ A natureza e os fractais
- ✔ **Arte e música**
- ✔ Teoria
- ✔ Aplicações
- ✔ Fractais no colégio

# Arte gráfica

Com imagens geradas por software de simulação fractal

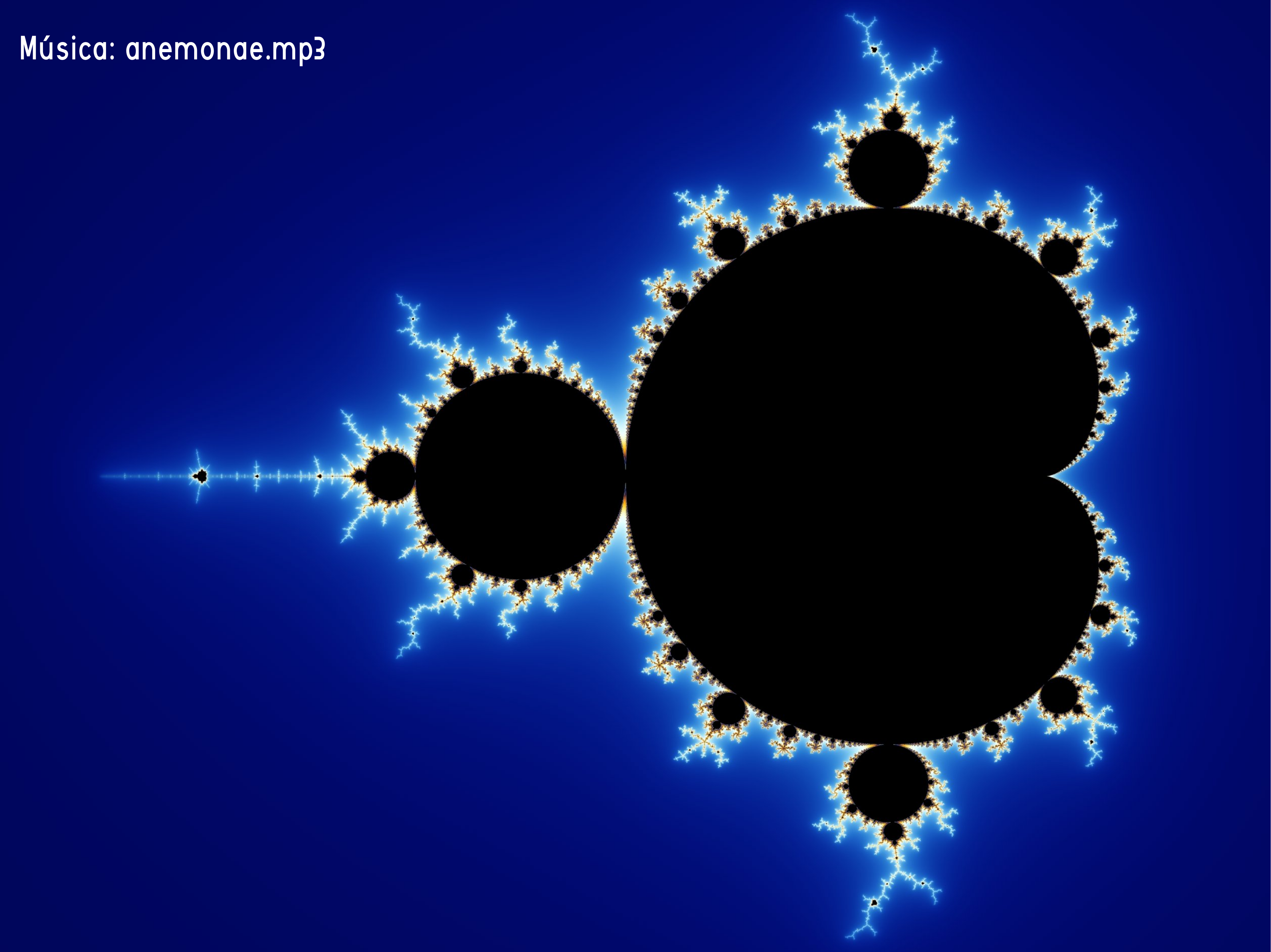




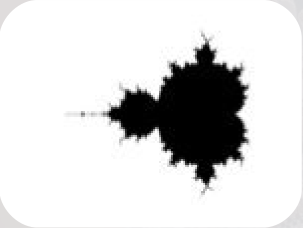
# Música

Partituras geradas por computador através de iterações fractais

Música: anemonae.mp3

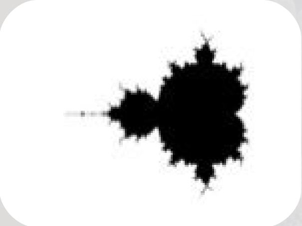


# Fractais * Tópicos

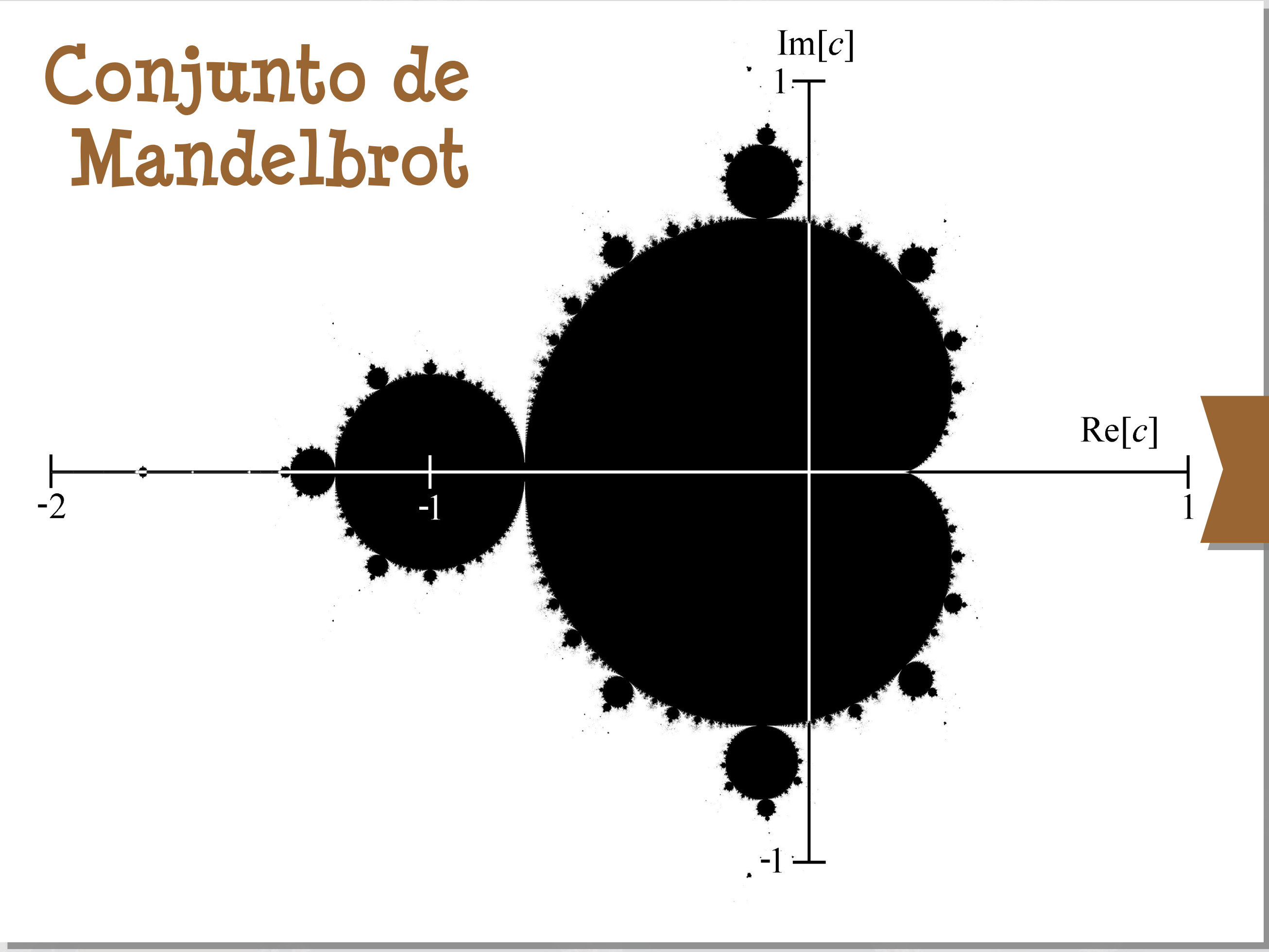


- ✔ História e descobertas
- ✔ A natureza e os fractais
- ✔ Arte e música
- ✔ [Teoria]
- ✔ Aplicações
- ✔ Fractais no colégio

# Fractais * Teoria



## Conjunto de Mandelbrot



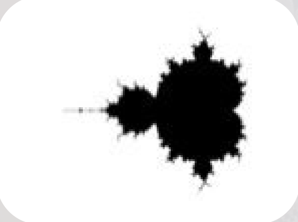

**Plano dos números complexos**

$C = a + bi$

$Z_0 = 0$

$Z_{n+1} = (Z_n)^2 + C$

# Fractais * Teoria



Iterações sucessivas nos pontos:

$C = a + bi$

$Z_0 = 0$

$Z_{n+1} = (Z_n)^2 + C$

$C = 0{,}2 + 0{,}2i$

$Z_0 = 0$

$Z_1 = 2 + 2i$

$Z_2 = (0{,}2 + 0{,}2i)^2 + 0{,}2 + 0{,}2i$

$0 < Z_{n \to \infty} < 0{,}36$

$\therefore Z_n \in C_m$

$C = 2 + 2i$

$Z_0 = 0$

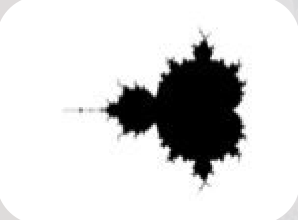
$Z_1 = 2 + 2i$

$Z_2 = (2 + 2i)^2 + 2 + 2i$

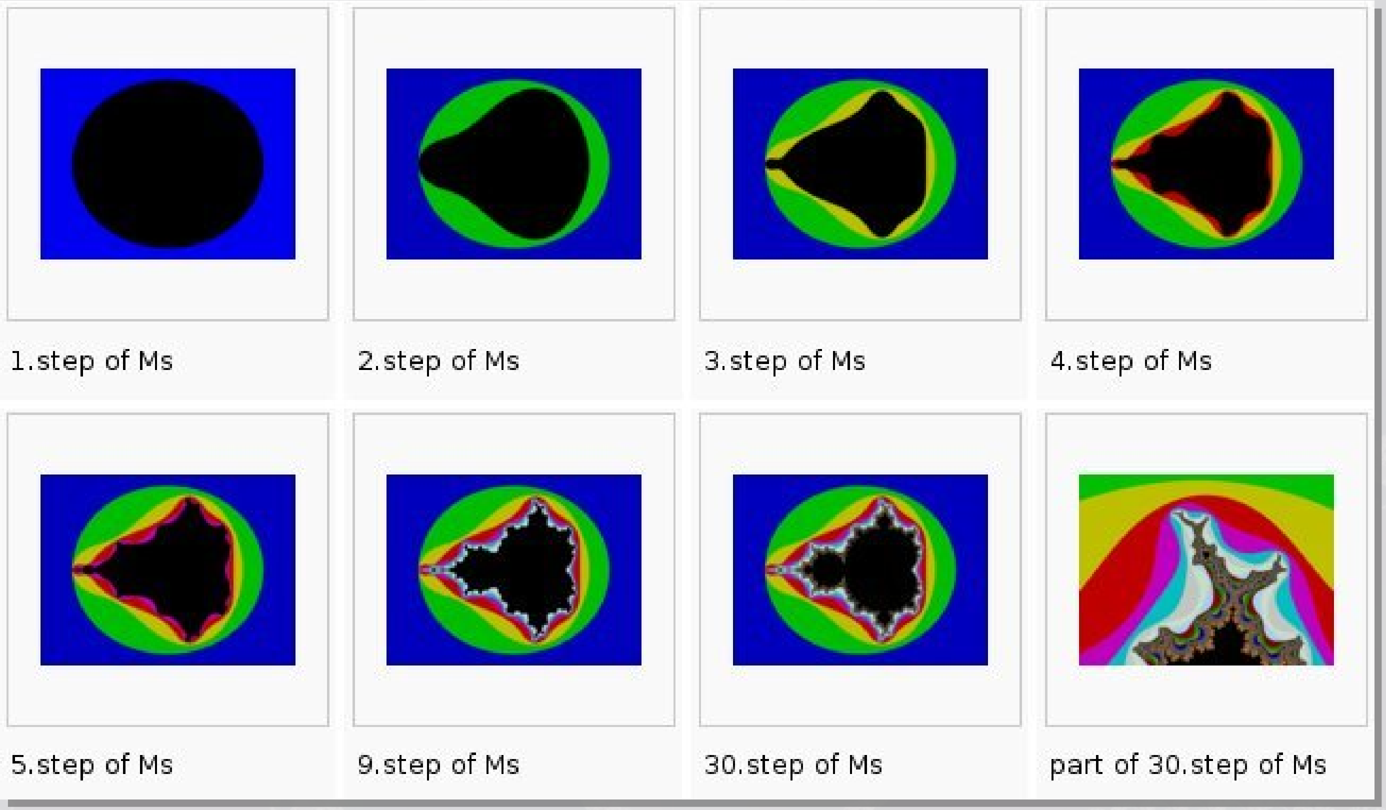
$Z_{n \to \infty} = \infty$

$\therefore Z_n \notin C_m$

# Fractais * Teoria

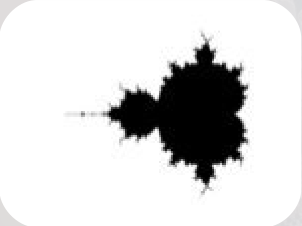


## Passos das iterações sucessivas: Distância < 2



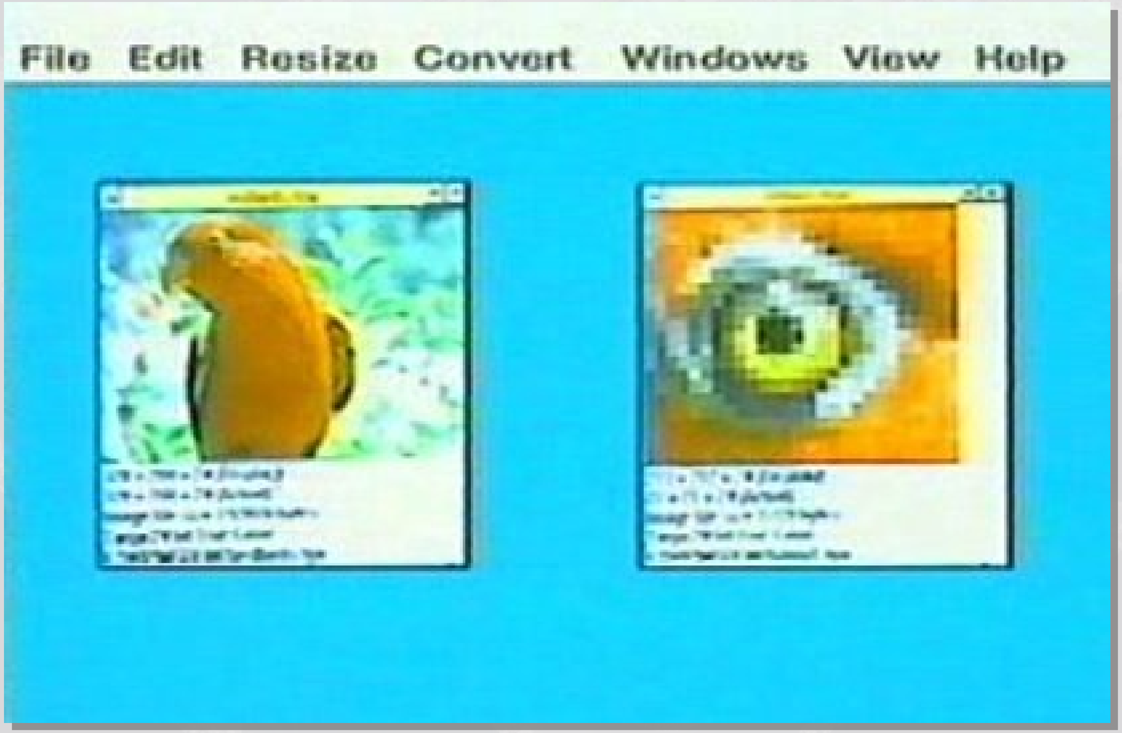
# Vídeos

# Fractais * Tópicos



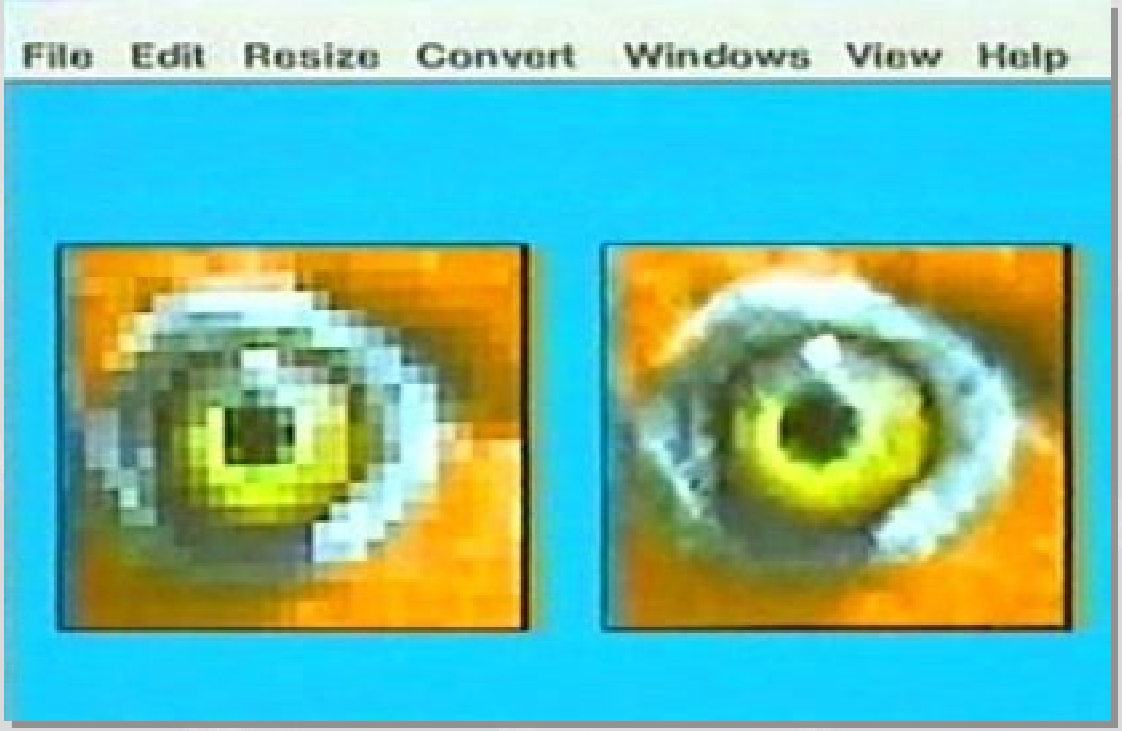
- ✔ História e descobertas
- ✔ A natureza e os fractais
- ✔ Arte e música
- ✔ Teoria
- ✔ Aplicações
- ✔ Fractais no colégio

## Software de análise fractal de imagens

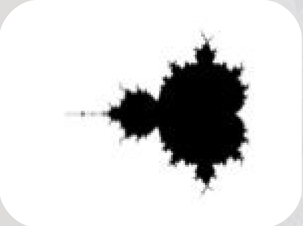


# Fractais * Aplicações

## Software de análise fractal de imagens

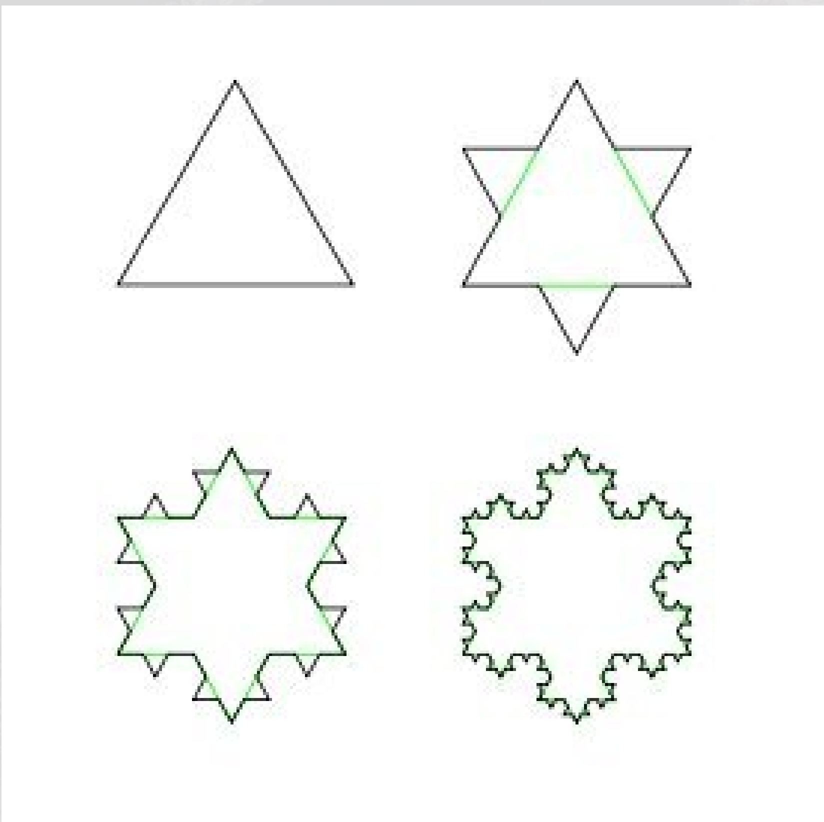


# Fractais * Tópicos



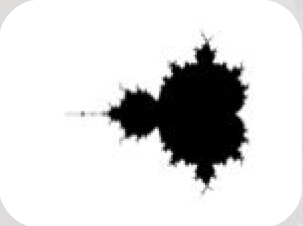
- ✔ História e descobertas
- ✔ A natureza e os fractais
- ✔ Arte e música
- ✔ Teoria
- ✔ Aplicações
- ✔ Fractais no colégio

## Floco de neve de Koch - Perímetros, áreas, P.G. - Triangulo equilátero



| Iteração | Nº Segmentos | Comprimento de cada lado | Perímetro | Área |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 3*1 | 1 | 3 | $A_0 = (\sqrt{3}/2)/2 = 0{,}43$ |
| 1 | 3*4 | 1/3 | 3*4/3 | $A_0 + A_0/9 = A_0(1+1/9)$ |
| 2 | 3*4*4 | 1/3 de 1/3 | 3*(4/3 de 4/3) | $A_0$(1+1/9+(1/9 de 1/9)) |
| 3 | $3*4^3$ | $1/3^3$ | $3*4^3/3^3$ | $A_0(1+1/9+1/9^2+1/9^3)$ |
| 4 | $3*4^4$ | $1/3^4$ | $3*4^4/3^4$ | $A_0(1+1/9+1/9^2+1/9^3+1/9^4)$ |
| 5 | $3*4^5$ | $1/3^5$ | $3*4^5/3^5$ | $A_0(1+1/9+1/9^2+1/9^3+1/9^4+1/9^5)$ |
| ... | ... | ... | ... | P.G. de razão 1/9 |
| n | $3*4^n$ | $1/3^n$ | $3*4^n/3^n$ | $A_0(a_1/(a_1-q))$ |
| $n \to \infty$ | $S \to \infty$ | $Cs \to 0$ (ponto) | $P \to \infty$ | 0,49 |

# Fractais * Ensino



## ENEM 2008...?!?

**Questão 56**

**Fractal** (do latim *fractus*, fração, quebrado) — objeto que pode ser dividido em partes que possuem semelhança com o objeto inicial. A geometria fractal, criada no século XX, estuda as propriedades e o comportamento dos fractais — objetos geométricos formados por repetições de padrões similares.

O triângulo de Sierpinski, uma das formas elementares da geometria fractal, pode ser obtido por meio dos seguintes passos:

1. comece com um triângulo equilátero (figura 1);
2. construa um triângulo em que cada lado tenha a metade do tamanho do lado do triângulo anterior e faça três cópias;
3. posicione essas cópias de maneira que cada triângulo tenha um vértice comum com um dos vértices de cada um dos outros dois triângulos, conforme ilustra a figura 2;
4. repita sucessivamente os passos 2 e 3 para cada cópia dos triângulos obtidos no passo 3 (figura 3).

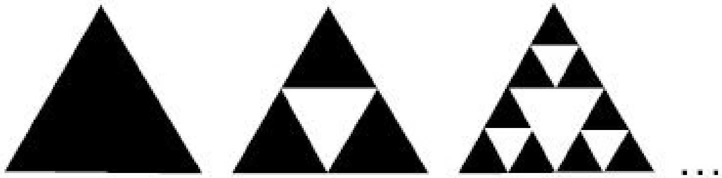
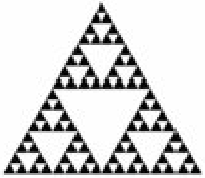
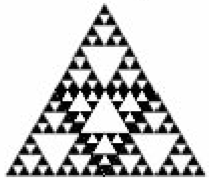
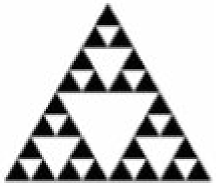


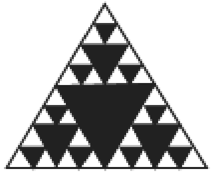
Figura 1 Figura 2 Figura 3

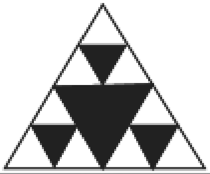
De acordo com o procedimento descrito, a figura 4 da seqüência apresentada acima é

A 

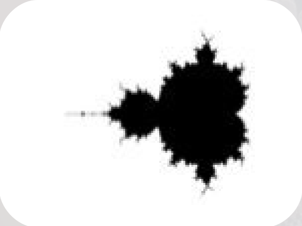
B 

C 

D 

E 

# Fractais * Referências



## Música, arte fractal e applets:

Música e arte : http://www.dmoz.org/Science/Math/Chaos_and_Fractals/Fractal_Art/
Professor Melo Campos - Portugal : http://to-campos.planetaclix.pt/ind.htm

## Livros e artigos:


CAMP, D. A fractal excursion. The Math. Teacher, April 1991.

CAMP, D., REINSTEIN, D., SALLY, P. Generating fractals through self replication, Math. Teacher, Jan. 1997.

PEITGEN, H.O., JÜRGENS, H., SAUPE, D. Fractals for the Classroom, vol.1, NCTM, USA: Springer-Verlag, 1991.

Mandelbrot, B. Objectos Fractais, Portugal: Gradiva, 1991.

Barbosa, R. M. Descobrindo a Geometria Fractal, Coleção Tendências da Matemática, Brasil: Autêntica, 2002.

Falconer, K. Fractal Geometry, second edition, USA: Wiley, 2003.

Sallum É. M. Revista do professor de matemática, 57, 2005.


## Vídeos:

Arthur Clarke - Fractals - The Colors Of Infinity
Fractais na Natureza - Smart Planet